

И. И. ЗУБАРЕВА, А. Г. МОРДКОВИЧ

МАТЕМАТИКА

5

2278.
2279. $\approx 4,5$ сек.; $\approx 5,7$ сек.
2282. 2014 т. 2283. 98,
2285. 1 км 543 м.
2287. $26\frac{51}{64}$ ведра; $13\frac{13}{64}$ вег
2288. 5748,4 куб. м; 718,55
2289. 18 м, 12 м; ≈ 231 м.
2290. ≈ 230 м; ≈ 2910 м
2291. $\approx 49,5$
2293. ≈ 6 м
2295. 8, ≈ 6 м
2296. а) 1
2297. На
2300. 350
2301. 11
2302. 8



И. И. ЗУБАРЕВА, А. Г. МОРДКОВИЧ

МАТЕМАТИКА



К Л А С С

УЧЕБНИК

для учащихся общеобразовательных учреждений

*Рекомендовано
Министерством образования и науки
Российской Федерации*

9-е издание, стереотипное



Москва 2009

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я721
3-91

**На учебник получены положительные заключения
Российской академии наук (№ 10106—5215/9 от 31.10.2007)
и Российской академии образования (№ 01—660/5/7д от 29.10.2007)**

Зубарева И. И.

**3-91 Математика. 5 класс : учеб. для учащихся общеобразова-
ват. учреждений / И. И. Зубарева, А. Г. Мордкович. —
9-е изд., стер. — М. : Мнемозина, 2009. — 270 с. : ил.**

ISBN 978-5-346-01246-7

Теоретический материал в учебнике изложен таким образом, чтобы преподаватель смог применять проблемный подход в обучении. С помощью системы обозначений выделяются упражнения четырех уровней сложности. В каждом параграфе сформулированы контрольные задания, исходя из того, что должны знать и уметь учащиеся для достижения ими уровня стандарта математического образования. В конце учебника даны домашние контрольные работы и ответы. Цветные иллюстрации (рисунки и схемы) обеспечивают высокий уровень наглядности учебного материала.

Учебник можно использовать в качестве продолжения любого курса начальной школы: как традиционного, так и развивающего направления.

**УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я721**

ISBN 978-5-346-01246-7

© «Мнемозина», 2002
© «Мнемозина», 2009
© Оформление. «Мнемозина», 2009
Все права защищены

Условные обозначения

Для облегчения работы с учебником в его текст введена специальная символика.

Таким шрифтом (светлый курсив) выделено то, на что следует обратить особое внимание. Как правило, это советы или новые понятия. С ними более глубоко вы познакомитесь в старших классах.

Таким шрифтом (жирный) выделены новые термины. Их смысл нужно уметь объяснить в 5-м классе.

Таким шрифтом (жирный курсив) выделены правила, которые желательно выучить наизусть.

Большинство заданий в учебнике отмечены специальными значками.

Самые важные обозначены буквой **У** — это учебные задания. Выполняя их, вы обязательно узнаете что-нибудь новое, например, новое правило или новое свойство уже известного вам понятия.

Все остальные задания — для закрепления нового материала или повторения ранее пройденного. Наиболее простые из них никак не выделены, а задания посложнее отмечены значком **О**.

Более трудные задания обозначены символом . Если вы не можете выполнить такое задание, не торопитесь обращаться за помощью к родителям: во-первых, оно будет обязательно разобрано в классе; во-вторых, наступит момент, когда родители не смогут вам помочь. Думать придется самостоятельно. Учиться этому нужно уже сейчас.

Значком  отмечены самые трудные задания. Возможно, на их выполнение уйдет не один день. Но, если вы хотите участвовать в математических конкурсах, олимпиадах и т. п., надо проявить терпение и настойчивость.

Так отмечен *наиболее важный* теоретический материал (правила, выводы, пояснения).

Желаем успехов!

ПРЕДИСЛОВИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

Учебник полностью соответствует требованиям стандарта математического образования и опирается на тот минимум содержания, который является общим для существующих комплектов учебников начальной школы. Это позволяет использовать данный учебник в качестве продолжения любого курса начальной школы — как традиционного, так и развивающего направления. Что касается последнего, то авторам наиболее близки принципы системы развивающего обучения Л. В. Занкова.

Остановимся на особенностях построения основной структурной единицы учебника — параграфа.

Знакомство с новым материалом в учебнике осуществляется в большинстве случаев через систему заданий. В процессе их выполнения ученики имеют возможность *самостоятельно* или при минимальной помощи учителя познакомиться с новым свойством, сформулировать правило или ввести новый термин. Подобные задания отмечены символом У. Изучение нового материала начинается с создания проблемной ситуации. При этом новая задача дается вместе с такой, способ решения которой известен учащимся. Тем из них, кто испытывает затруднения, в учебнике предлагается система наводящих вопросов и указаний. И только после этого следует объяснительный текст, начинающийся словами «Проверьте свои рассуждения, вывод...» и т. п., а завершающийся формулировкой правила, свойства или определения. Заметим, что объяснительный текст в начале параграфа никак не отмечен, а тот, который находится сразу после упражнений, выделен по левому краю вертикальной линией.

Очевидно, что момент, когда школьники будут готовы к тому, чтобы сделать вывод (сформулировать правило, сделать обобщение и т. д.), неоднозначен и зависит от состава класса. Задача учителя — правильно уловить такой момент. Поэтому формулировка вывода в тексте параграфа (там, где это возможно) дается не вслед за упражнениями, подводящими к данному выводу, а позже — после ряда тренировочных упражнений.

В конце каждого параграфа содержатся задания на повторение ранее пройденного материала и контрольные задания, которые позволяют проверить усвоение учениками обязательного минимума по соответствующей теме. К группам параграфов прилагаются домашние контрольные работы, помещенные в конце книги.

В системе упражнений учебника имеются задания, обозначенные символом ✨. Это задания повышенной трудности. Однако опыт показывает, что при правильной организации учебного процесса к выполнению таких заданий можно привлечь практически всех учащихся класса.



НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

§ 1.

ДЕСЯТИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

В начальной школе вы познакомились с записью чисел с помощью цифр: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Эти цифры называются *арабскими*. Числа, которые могут быть получены в результате счета предметов — 1, 2, 3, 4, 5 и т. д., называют **натуральными** (заметим, что число 0 не является натуральным). В древности такие числа записывали палочками: I — один, III — пять, IIIIII — десять, IIIIIIIIIII — пятнадцать и т. п. Но, конечно, это было неудобно, и люди искали и находили другие, каждый раз все более совершенные, способы записи чисел. Так, более двух тысяч лет назад появилась римская нумерация. В Древнем Риме числа записывали при помощи букв латинского алфавита:

I — 1, V — 5, X — 10, L — 50, C — 100, D — 500, M — 1000.

Эти буквы называют *римскими цифрами*, а запись числа римскими цифрами называется записью числа в *римской нумерации*.

Постарайтесь определить, какие числа записаны римскими цифрами:

II III VI VIII XI XV XVI DCLII

Возможно, вы догадались, что цифры, которыми записаны эти числа, надо сложить:

$$II = 1 + 1 = 2$$

$$III = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$VI = 5 + 1 = 6$$

$$VIII = 5 + 1 + 1 + 1 = 8$$

$$XI = 10 + 1 = 11$$

$$XV = 10 + 5 = 15$$

$$XVI = 10 + 5 + 1 = 16$$

$$DCLII = 500 + 100 + 50 + 1 + 1 = 652$$

Подумайте, как записать римскими цифрами число 4.

Для записи чисел римскими цифрами кроме сложения можно использовать и вычитание. Поскольку $4 = 5 - 1$, то в записи числа 4 в римской

нумерации можно использовать цифры I и V. Договорились в случаях, когда в записи числа подразумевается вычитание, меньшую цифру (вычитаемое) ставить перед большей (уменьшаемым):

$$IV = 5 - 1 = 4.$$



Используя это правило, запишите римскими цифрами числа 9, 14, 19.

Проверьте, так ли вы выполнили задание: $9 = IX$, $14 = XIV$, $19 = XIX$.

Но и таким способом записывать большие числа достаточно сложно. Например, если мы захотим, используя римские цифры, записать расстояние от Земли до Солнца в километрах, сделать это будет непросто.

Сейчас римская нумерация применяется для записи относительно небольших чисел — номеров глав в книгах, обозначения столетий и т. п. Так, в августе 2008 г. в Пекине состоялись Олимпийские игры, 29-е по счету. Во всех газетах информация об этом событии шла под заголовком «На XXIX летних Олимпийских играх».



1. Запишите, пользуясь римской нумерацией, числа 111, 222, 333, 444, 555.

Проверьте себя:

111	CXI
222	CCXXII
333	CCCXXXIII
444	CDXLIV
555	DLV

Подумайте, чем еще отличаются записи чисел правого и левого столбцов, кроме того, что в левом столбце они сделаны арабскими цифрами, а в правом — римскими.

Вы, конечно, заметили, что в левом столбце в записи каждого числа используется только одна цифра, а в правом — от трех до шести разных цифр.

Рассмотрим число 555. В его записи использована трижды только одна цифра — 5, однако мы его читаем: «пятьсот пятьдесят пять». Почему? Потому что цифра 5 на первом месте (справа) означает единицы, так как это разряд единиц, на втором — десятки, так как это разряд десятков, и на третьем — сотни, так как это разряд сотен. И так же, как в записи чисел римскими цифрами подразумеваются

сложение и вычитание, в записи чисел арабскими цифрами подразумеваются сложение и умножение:

$$555 = 500 + 50 + 5 = 5 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 5.$$

Запись числа в таком виде называют *суммой разрядных слагаемых*.

Итак, мы видим, что *значимость цифры зависит от ее места в записи числа*, т. е. от ее *позиции*. В таких случаях говорят, что число записано **позиционным** способом. В привычной для нас системе записи чисел используются 10 цифр, счет в ней идет десятками, сотнями (а это 10 десятков), тысячами (а это 10 сотен) и т. д. Поэтому наша система счета называется **десятичной**: десятичная система счета, или, как принято говорить, **десятичная система счисления**.

Позиционная система записи чисел арабскими цифрами получила широкое распространение в Европе со второй половины XV века. Она оказалась значительно удобнее и проще римской нумерации, которая позиционной не является. С помощью позиционной системы легко записываются как малые, так и большие числа. Например, можно только представить себе, как в римской нумерации записать число 11111111, но сделать это практически невозможно. Во всяком случае, для этого пришлось бы использовать еще какие-то буквы латинского алфавита.



2. Прочитайте числа, записанные в таблице разрядов. Запишите их, оставляя промежутки между классами. Например, число первой строки записывается так: 200 004 085.

Класс триллионов			Класс миллиардов			Класс миллионов			Класс тысяч			Класс единиц		
сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.
						2					4		8	5
9	5	4			3		5	7						
			8	3	1				8	2				
	6	3	9											

Обратите внимание: цифру «0» в таблицу разрядов не записывают, а в записи числа без нее не обойтись — именно изобретение этой цифры дало возможность записывать числа позиционным способом, по разрядам.

3. Прочитайте число:
а) DXLV; б) MDCCLXXXVI; в) MMMIV; г) DCLXXXIX.
4. Прочитайте число, запишите его арабскими цифрами:
а) MMDCCCXXII; б) MCXLIII; в) CDLXXI; г) CCCLXXIX.
5. Запишите, пользуясь римской нумерацией:
а) возраст своих родителей;
б) свой рост в сантиметрах;
в) год своего рождения;
г) длину и ширину учебника по математике в миллиметрах.
6. Назовите старший разряд и укажите, в каком разряде стоит цифра 7 для каждого из следующих чисел:
а) 5647; б) 37 536; в) 765 789; г) 656 577 287 500.
7. Какие разряды отсутствуют в записи числа:
а) 20 745; б) 289 700; в) 1 234 567; г) 20 304 050?
8. Назовите старший разряд числа 78 255 731 500 201 и укажите, какая цифра стоит в разряде:
а) десятков тысяч; б) миллионов; в) сотен миллиардов; г) триллионов.

Оставлять промежутки между классами при записи многозначных чисел принято не везде. В США и других англоязычных странах между классами принято ставить запятую. Например, запись \$35,687.00 означает 35 тысяч 687 долларов 00 центов. Кроме того, с такой записью чисел можно встретиться и при работе на компьютере.

9. Вычислите и заполните таблицу:

М. $5 \cdot 8$; К. $5 \cdot 5$; Е. $8 \cdot 7$; Ф. $5 \cdot 7$;
Т. $4 \cdot 9$; Р. $8 \cdot 8$; А. $9 \cdot 3$; И. $3 \cdot 8$.

27	64	24	35	40	56	36	24	25	27

Зашифрованное слово — раздел математики, посвященный изучению свойств чисел и действий над ними.

10. Запишите и прочитайте наименьшее:
а) шестизначное число; в) десятизначное число;
б) пятизначное число; г) двенадцатизначное число.

11. Запишите и прочитайте наибольшее:

- а) пятизначное число; в) восьмизначное число;
б) шестизначное число; г) одиннадцатизначное число.



12. Запишите число, которое:

- а) на 7 больше наименьшего трехзначного числа;
б) в три раза меньше наибольшего шестизначного числа;
в) на 9 меньше наибольшего трехзначного числа;
г) в четыре раза больше наименьшего четырехзначного числа.

13. Запишите число цифрами:

- а) сто два миллиона двести тридцать тысяч семьдесят один;
б) пятьсот восемьдесят миллиардов двести сорок тысяч пятьсот;
в) сорок восемь триллионов сорок четыре миллиарда восемьсот семьдесят шесть миллионов;
г) тридцать четыре миллиона пятьсот пятнадцать тысяч пятьсот.

14. Прочитайте и запишите словами (или, как принято говорить, прописью) число:

- а) 109 135 054; в) 910 042 020 308 150;
б) 85 002 551 077; г) 79 402 720.

15. Запишите число в виде суммы разрядных слагаемых двумя способами:

- а) 53 801; б) 6275; в) 189 032; г) 201 734.
Образец: $538 = 500 + 30 + 8$; $538 = 5 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 8$.



16. Сравните число 125 378 567 с числами 99 987 398; 125 378 568; 125 367 569.

В случае затруднений впишите эти числа в таблицу разрядов.

17. Запишите все натуральные числа, которые:

- а) больше 355 и меньше 362;
б) больше 10 997 и меньше 11 001;
в) больше 951 398 и меньше 951 401;
г) больше 21 548 999 и меньше 21 549 000.

Сравните числа, в которых отдельные цифры заменены звездочками:



18. а) 55 *** и 56 ***;
б) **3 2** и 9748;

д) *** и ****;
е) 93* и 15 ***;

в) 95 *** и $*4 \text{ ***}$;ж) $*4 \text{ ***}$ и 96 *** ;г) $*6**$ и $14**$;з) $35**$ и $*3**$.

19. Какие цифры можно поставить вместо *, чтобы получилось верное неравенство:

а) $34*7 > 3487$;д) $50\ 314 > 5* \ 3*3$;б) $1* \ 785 < 10\ 898$;е) $6* \ 783 < 60 \ 7*1$;в) $*0 \ 354 > 79 \ 531$;ж) $7* \ 2*9 < 71 \ 218$;г) $59 \ 672 < 5* \ 772$;з) $4* \ 310 > 49 \ 3*5?$ 

20. Прочитайте числа, записанные в таблице разрядов, и запишите их. Проанализируйте полученные результаты.

Класс триллионов			Класс миллиардов			Класс миллионов			Класс тысяч			Класс единиц		
сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.
												4	5	6
											4	5	6	
									4	5	6			

Что изменится в записи числа, если все его цифры сдвигаются на один разряд влево?

Как изменяется значимость каждой цифры при этом? Как изменяется величина числа?



21. Прочитайте числа, записанные в таблице разрядов, и запишите их. Проанализируйте полученные результаты.

Класс триллионов			Класс миллиардов			Класс миллионов			Класс тысяч			Класс единиц		
сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.
							3	2	5					
								3	2	5				
									3	2	5			

Что изменяется в записи числа, если все его цифры сдвигаются на один разряд вправо?

Как изменяется значимость каждой цифры при этом? Как изменяется величина числа?

Используя результаты предыдущих заданий, объясните, как умножить или разделить натуральное число на 10, 100, 1000 и т. д.

Вместо * вставьте число так, чтобы получилось верное равенство:

22. а) $124 \cdot * = 12\,400$; д) $247 \cdot * = 247\,000$;
б) $915\,000 : * = 9150$; е) $* : 100 = 47\,530$;
в) $* \cdot 1000 = 750\,000$; ж) $900 \cdot * = 90\,000$;
г) $* \cdot 10 = 35\,900$; з) $* : 10 = 8460$.

Для того чтобы хорошо считать устно, полезно знать некоторые приемы быстрого счета. Вот один из них: чтобы быстро умножить число на 5, достаточно заметить, что $5 = 10 : 2$.

Например, $43 \cdot 5 = (43 \cdot 10) : 2 = 430 : 2 = 215$;

$48 \cdot 5 = (48 : 2) \cdot 10 = 24 \cdot 10 = 240$.

Вычислите устно:

23. а) $67 \cdot 5$; б) $5 \cdot 116$; в) $444 \cdot 5$; г) $2350 \cdot 5$.
24. а) $58 \cdot 5$; б) $5 \cdot 280$; в) $588 \cdot 5$; г) $5 \cdot 3700$.
25. а) $35 \cdot 5$; б) $264 \cdot 5$; в) $331 \cdot 5$; г) $4300 \cdot 5$.
26. а) $59 \cdot 5$; б) $181 \cdot 5$; в) $679 \cdot 5$; г) $2830 \cdot 5$.

27. Запишите цифрами число, в котором:

- а) шестьдесят восемь сотен;
б) семьдесят тысяч сто два десятка;
в) пять тысяч триста сотен;
г) две тысячи восемьсот шестьдесят четыре десятка.

28. Вычислите и заполните таблицу:

- Г. $15 \cdot 2 + 14$; К. $9 + 39 : 3$; И. $51 + 12 \cdot 4$;
Ц. $8 + 8 \cdot 10$; М. $17 \cdot 3 - 18$; Й. $11 \cdot 9 - 44$;
Н. $3 + 9 \cdot 7$; И. $36 : 4 + 2$; А. $17 + 4 \cdot 5$.

33	37	44	66	11	88	22	99	55

Если вы все сделали правильно, то у вас получилась фамилия автора первого русского учебника по арифметике.

29. Числа, данные в тексте, запишите цифрами:

Когда-то тропические леса покрывали пятнадцать миллионов триста двадцать пять тысяч кв. км земной поверхности. Скорость уничтожения этих лесов в настоящее время примерно сто тысяч двести пятьдесят кв. км в год.

30. Запишите цифрами число, помещенное в тексте:

а) диаметр Солнца приблизительно равен одному миллиону тремстам девяносто двум тысячам километров;

б) расстояние от Земли до Солнца составляет около ста сорока девяти миллионов шестисот тысяч километров;

в) ближайшая к нам звезда, проксима Центавра, отстоит от нас примерно на сорок триллионов четыреста двадцать шесть миллиардов километров;

г) самая дальняя планета Солнечной системы, Плутон, удалена от Солнца на расстояние примерно пять миллиардов восьмьсот девяносто четыре миллиона двести сорок тысяч километров.

31. В фермерском хозяйстве 3 га заняты усадьбой и постройками, под посевами 380 га, под сенокосом 320 га, под лесом 40 га и под выгоном 120 га. Сколько всего земли в пользовании у фермера?**Контрольные задания**

1. Объясните преимущества позиционного способа записи чисел. Приведите примеры записи одного и того же числа арабскими и римскими цифрами.
2. Прочитайте число: а) 18 064 802 009; б) MDCCCLXI.
3. Запишите число арабскими цифрами: двести пять миллионов сто восемнадцать тысяч триста пять.
4. Сравните числа 51 843 207 008 и 954 342 095.
5. Выполните действие: а) $7460 \cdot 10\,000$; б) $53\,700\,000 : 1000$.

§ 2.**ЧИСЛОВЫЕ И БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ****У**

32. Стоимость батона хлеба — 5 р., а стоимость плитки шоколада — 15 р. Запишите в виде выражения:

- 1) на сколько плитка шоколада дороже батона хлеба;
- 2) во сколько раз плитка шоколада дороже батона хлеба;
- 3) стоимость плитки шоколада и батона хлеба вместе;

- 4) стоимость двух плиток шоколада;
 - 5) стоимость трех батонов хлеба;
 - 6) стоимость двух плиток шоколада и трех батонов хлеба вместе;
 - 7) на сколько две плитки шоколада дороже трех батонов хлеба;
 - 8) во сколько раз две плитки шоколада дороже трех батонов хлеба.
- Найдите значения полученных выражений.

Все выражения, которые у вас получились, содержат только числа и знаки действий. Такие выражения называют **числовыми**.



33. Цена груш — x р. за 1 кг, а цена моркови — y р. за 1 кг. Запишите в виде выражения:

- 1) на сколько 1 кг груш дороже 1 кг моркови;
- 2) во сколько раз 1 кг груш дороже, чем 1 кг моркови;
- 3) стоимость 1 кг груш и 1 кг моркови вместе;
- 4) стоимость 2 кг груш;
- 5) стоимость 3 кг моркови;
- 6) стоимость 2 кг груш и 3 кг моркови вместе;
- 7) на сколько 2 кг груш дороже 3 кг моркови;
- 8) во сколько раз 2 кг груш дороже 3 кг моркови.

Чем отличаются эти выражения от тех, которые были получены в предыдущем задании? Как бы вы назвали эти выражения?

Скорее всего, вы заметили, что на этот раз полученные выражения содержат не только числа и знаки действий, но и буквы. Такие выражения называют **буквенными выражениями**.

В ходе выполнения задания № 32 мы находили значения *числовых* выражений. Все выражения, полученные в задании № 33, это *буквенные* выражения. Можно ли найти их значения? Если можно, то как?

Значения буквенных выражений можно найти, если знать значения входящих в них букв.

Если вы знаете, по какой цене продаются груши и морковь, то сможете найти значения составленных выражений.

Найдите значения этих выражений, если известно, что $x = 18$, а $y = 6$.



34. Подумайте, будут ли отличаться выражения, полученные в заданиях № 32 и № 33, если цену плитки шоколада обозначить буквой x ,

а цену батона хлеба — буквой y . Проверьте себя, составив такие выражения.



35. Из данных выражений выпишите сначала числовые, а затем буквенные выражения:

- 1) $23 \cdot 5 + 3 \cdot x$; $17 + 5 \cdot 48$; $2x - m$; $86 : 2 + 43 \cdot 15$;
2) $2 \cdot d - 54$; $21 + 56 \cdot 7$; $12 + 71 + 5 \cdot 28$; $x + y + z$; $5t$.

36. Составьте числовое выражение и найдите его значение:

- а) произведение числа 100 и суммы чисел 8 и 7;
б) произведение разности чисел 57 и 42 и числа 1000;
в) частное суммы чисел 32 и 24 и числа 7;
г) частное числа 81 и разности чисел 77 и 68.

37. Составьте числовое выражение и найдите его значение:

- а) сумма произведения чисел 15 и 2 и частного чисел 42 и 6;
б) разность частного чисел 270 и 3 и произведения чисел 25 и 3;
в) сумма произведения чисел 17 и 3 и произведения чисел 4 и 13;
г) разность частного чисел 45 и 3 и частного чисел 64 и 32.

38. Составьте буквенное выражение:

- а) произведение числа 3 и разности чисел a и b ;
б) частное числа 25 и суммы чисел x и y ;
в) сумма утроенного числа a и числа b ;
г) разность числа 72 и удвоенного числа c .



39. Саша и Миша — братья. Саша любит ходить за грибами, а Миша — ловить рыбу. Обычно, рано утром из дома они выходят одновременно, но идут в противоположных направлениях. Саша, собирая грибы, идет медленно, со скоростью 2 км/ч, а Миша торопится поскорее дойти до озера и идет быстро, со скоростью 6 км/ч.

Запишите выражения для следующих величин:

- 1) расстояние между грибником и рыболовом через час после начала движения;
2) скорость, с которой грибник и рыболов удаляются друг от друга;
3) расстояние между грибником и рыболовом через 2 ч после выхода;
4) расстояние, пройденное грибником за 2 ч;
5) расстояние, пройденное рыболовом за 2 ч;

6) на сколько расстояние, пройденное рыболовом за 2 ч, больше расстояния, пройденного за то же время грибником;

7) во сколько раз расстояние, пройденное рыболовом за 2 ч, больше расстояния, пройденного за то же время грибником.

Найдите значения полученных выражений.



40. Из одного гаража одновременно в противоположных направлениях выехали автомобиль и автобус. Скорость автомобиля — x км/ч, а автобуса — y км/ч, причем автомобиль едет быстрее, чем автобус.



Запишите в виде выражения:

1) расстояние между автомобилем и автобусом через час после начала движения;

2) скорость, с которой автомобиль и автобус удаляются друг от друга;

3) расстояние между автомобилем и автобусом через 2 ч после начала движения;

4) расстояние, которое прошел автомобиль за 2 ч;

5) расстояние, которое прошел автобус за 2 ч;

6) на сколько расстояние, пройденное автомобилем за 2 ч, больше расстояния, пройденного за то же время автобусом;

7) во сколько раз расстояние, пройденное автомобилем за 2 ч, больше расстояния, пройденного за то же время автобусом.

Составьте еще какие-нибудь выражения по данному условию и объясните их смысл.

Какой смысл могут иметь такие выражения: $x - y$, $2x + 3y$?

Сравните задания 1 — 7 задач № 39 и 40. Что в них общего, чем они отличаются? Подумайте, будут ли отличаться решения этих задач, если скорость Миши обозначить буквой x , а скорость Саши — буквой y .

41. Вычислите и заполните таблицу:

Л. $(600 : 100 + 18) : 8$; Г. $124 : (340 : 17 + 11)$;

Р. $9 \cdot (106 - 206 : 2)$; Е. $8 + (58 - 18 \cdot 2)$;

Б. $50 : (215 \cdot 2 - 405)$; А. $(5 + 28) : 3$.

11	3	4	30	2	27	11

Слово, которое у вас получилось, — название раздела математики, в котором изучаются буквенные выражения.

Вычислите устно:

42. а) $48 : 8 + 4$;

г) $6 \cdot (12 + 18)$;

ж) $510 : 17 + 7$;

б) $12 \cdot 3 + 4$;

д) $81 : 9 - 4$;

з) $480 : 24 + 28$;

в) $(45 - 13) : 8$;

е) $86 - 9 \cdot 6$;

и) $56 - 360 : 9$.

43. а) $15 + 45 : 9$;

г) $(14 + 11) \cdot 3$;

ж) $270 : 9 - 17$;

б) $9 \cdot 7 - 12$;

д) $(65 - 38) : 9$;

з) $18 \cdot 30 - 500$;

в) $35 : (18 - 13)$;

е) $(71 - 35) : 4$;

и) $16 \cdot 40 + 360$.



44. Вычислите устно:

1) $360 \cdot 2$;

$360 \cdot 4$;

$360 \cdot 8$;

$360 \cdot 16$;

2) $643 \cdot 2$;

$376 \cdot 4$;

$223 \cdot 8$;

$181 \cdot 16$.

Проверьте себя: чтобы умножить число на 4, 8 или 16, можно несколько раз повторить умножение на 2.



45. Подумайте, как число можно быстро разделить на 5, 50, 25, и найдите значения следующих выражений устно:

1) $235 : 5$;

2) $675 : 25$;

3) $1050 : 50$.

Вспомните совет из § 1 о быстром умножении числа на 5.

Вычислите устно:

46. а) $515 : 5$;

б) $885 : 5$;

в) $275 : 25$;

г) $1150 : 50$.

47. а) $2050 : 50$;

б) $350 : 25$;

в) $675 : 25$;

г) $925 : 5$.



48. Заполните таблицу:

a	1	4	7	12	20
$a + 6$					
$6a$					

49. Какое число больше, a или b ($a \neq 0$ и $b \neq 0$), если:
а) $3a = b$; б) $a : 3 = b$; в) $a + 3 = b$; г) $a - 3 = b$.
50. Какое число больше, m или n , если:
а) $m = 5 + n$; б) $m = 5 \cdot n$; в) $m = n - 5$; г) $m = n : 5$.

Числовые и буквенные выражения, составленные по каким-либо данным, это не что иное, как перевод обычной речи на *математический язык* — язык цифр, знаков действий и других символов. Выполняя задания этого параграфа, вы увидели, что разные с точки зрения обыденной жизни ситуации на математическом языке описываются совершенно одинаково. Это и неудивительно: математика — это наука, достижения которой используются во всех областях человеческой жизни: строительстве, торговле, сельском хозяйстве, связи, машиностроении, медицине и т. д.



51. Запишите на математическом языке:

- а) число m на 8 больше числа n ;
б) число a в четыре раза больше числа b ;
в) число c на 3 меньше числа d ;
г) число e в шесть раз меньше числа g .



52. Фабрика кондитерских изделий «Сластена» продала свою продукцию в три магазина: первому — 500 кг, второму — 2200 кг, а третьему — на 250 кг больше, чем первому. Сколько кг кондитерских изделий продано трем магазинам?



53. Валовой¹ доход фабрики за год составил 1 450 000 р., а расходы за тот же период — 500 000 р. Найдите чистый доход, полученный фабрикой за год.



54. Валовой доход предприятия увеличился на 35 000 р., но и расходы увеличились на 5000 р. Как изменился чистый доход предприятия?



Контрольные задания

1. Из следующих выражений выпишите сначала числовые, а затем буквенные выражения: $3a - 17b$; $328 - 18 \cdot 3$; $81 : 9 + 72$; $x - 5y$.

¹ Валовым доходом называется весь доход, получаемый предприятием; чистый доход — тот, который остаётся за вычетом всех расходов предприятия.

2. Найдите значение выражения $5x + 17$ при $x = 4$.
3. Цена 1 кг масла — m р., а 1 кг творога — t р. Запишите в виде выражения:
- а) стоимость 3 кг масла;
 - б) стоимость 2 кг творога;
 - в) стоимость 3 кг масла и 2 кг творога вместе.

§ 3.

ЯЗЫК ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ РИСУНКОВ

Математический язык — это не только язык чисел, букв и символов. Это еще и язык рисунков и чертежей. Знакомство с ним мы начнем в этом параграфе.

55. Вычислите и заполните таблицу:

М. $12 + 8$; О. $14 + 15$; Т. $17 + 19$; Г. $16 + 6$;
Р. $17 - 5$; Я. $28 - 12$; И. $25 - 18$; Е. $31 - 7$.

22	24	29	20	24	36	12	7	16

Зашифрованное слово — раздел математики, посвященный изучению свойств фигур.

Слово «геометрия» — греческого происхождения и в буквальном переводе означает «измерение земли»: «ge» — земля, «metreo» — мерить, измерять. Первые сведения о геометрических фигурах люди получили при разметке земли под участки для строительства или для занятий земледелием. Самое удивительное то, что почти все, с чем вы познакомитесь в школе на уроках геометрии, было известно людям уже в глубокой древности — еще до новой эры, т. е. более 2000 лет тому назад.

Мы уже говорили о том, что существует особый математический язык — язык рисунков и чертежей. Конечно, имелись в виду изображения геометрических фигур. Дело в том, что при изображении геометрических фигур (прямых, отрезков, многоугольников и т. д.) соблюдаются некоторые правила. Чтобы уметь «читать» геометрические рисунки, надо знать эти правила. Так, чтобы понимать, о какой фигуре идет речь, условились давать им «имена».



56. Рассмотрите рисунок 1. Какие фигуры на нем изображены?

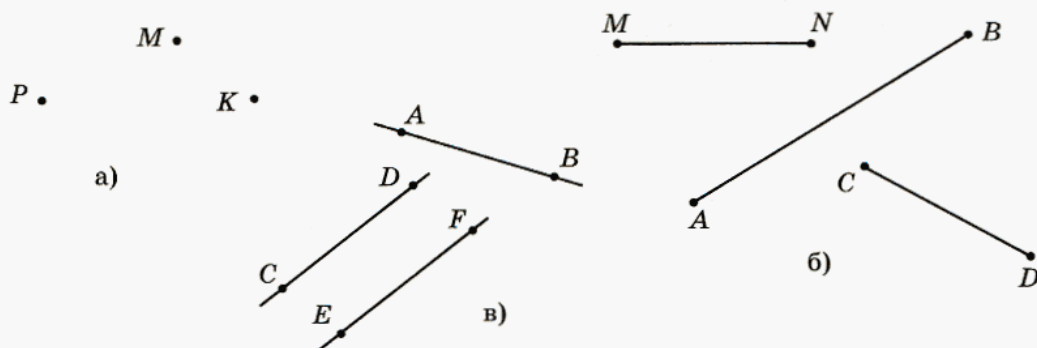


Рис. 1

Вот правильный ответ: это *точки, отрезки и прямые*.

Всем фигурам на этом рисунке даны «имена» при помощи букв латинского алфавита. Постарайтесь назвать их «по именам».

Проверьте себя:

а) точки P, M, K ; б) отрезки AB, CD, MN ; в) прямые AB, CD, EF .

Ответьте на вопросы.

1) Как называются точки A и B отрезка AB ? Подумайте, можно ли утверждать, что отрезок AB и отрезок BA — это один и тот же отрезок.

2) Есть ли у прямой концы? А начало? Верно ли, что прямая AB и прямая BA — это одна и та же прямая?

Конечно, вы догадались, что в названиях отрезков и прямых буквы можно ставить в любом порядке. Обратите внимание, что изображение прямой отличается от изображения отрезка. Кроме того, точки, через которые проходит прямая, можно показывать, а можно и не изображать, чтобы не загромождать рисунок (рис. 2).



Рис. 2



57. 1. Запишите, используя рисунок 1:

- какой из отрезков имеет наибольшую длину;
- какие прямые пересекаются, а какие — нет.

2. Прямую можно обозначить и одной буквой, например, так, как на рисунке 3.

Запишите, какие точки принадлежат прямой a , а какие — нет.

3. Опишите рисунок 4.

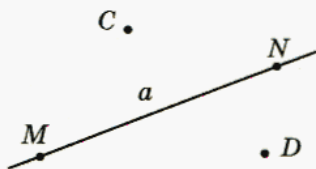


Рис. 3

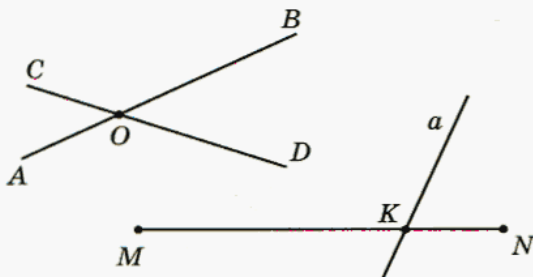


Рис. 4

58. Сделайте рисунки по описанию:

а) прямая AB пересекает прямую MN в точке D ;

б) прямая AB проходит через середину отрезка KL — точку O .

59. Запишите, какие фигуры изображены на рисунке 5.

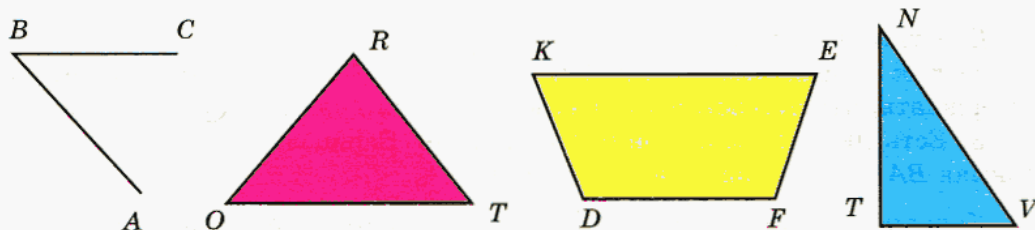


Рис. 5



60. Из пунктов A и B , расстояние между которыми 260 км, одновременно навстречу друг другу выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость велосипедиста — 13 км/ч, а мотоциклиста — 52 км/ч.

Запишите в виде выражения:

1) на сколько скорость велосипедиста меньше скорости мотоциклиста;

2) во сколько раз скорость велосипедиста меньше скорости мотоциклиста;

3) время, которое потребуется велосипедисту на весь путь из A в B ;

4) время, которое потребуется мотоциклисту на весь путь из B в A ;

- 5) на сколько меньше времени потребуется на весь путь мотоциклисту, чем велосипедисту;
6) во сколько раз меньше времени потребуется на весь путь мотоциклисту, чем велосипедисту;
7) скорость сближения велосипедиста и мотоциклиста;
8) через какое время после начала движения велосипедист и мотоциклист встретятся.

Найдите значения полученных выражений.



61. Из пунктов A и B , расстояние между которыми 260 км, одновременно навстречу друг другу выехали автобус и автомобиль. Скорость автобуса — x км/ч, а скорость автомобиля — y км/ч ($x < y$). Запишите в виде выражения:

- 1) на сколько скорость автобуса меньше скорости автомобиля;
- 2) во сколько раз скорость автобуса меньше скорости автомобиля;
- 3) время, которое потребуется автобусу на весь путь из A в B ;
- 4) время, которое потребуется автомобилю на весь путь из B в A ;
- 5) на сколько меньше потребуется времени на весь путь автомобилю, чем автобусу;
- 6) во сколько раз меньше потребуется времени на весь путь автомобилю, чем автобусу;
- 7) скорость сближения автобуса и автомобиля;
- 8) через какое время после начала движения автобус и автомобиль встретятся.

Сравните условия двух последних задач. Что в них общего, чем они отличаются? Можно ли изменить условие первой задачи так, чтобы решения обеих задач были одинаковыми? Если можно, то как?

62. Заполните таблицу.

x	24	36	42	180	240
$x - 6$					
$x : 6$					



63. В числе 89 367 288 зачеркните 3 цифры так, чтобы получилось:
а) как можно большее число; б) как можно меньшее число.



64. Часто, вместо того чтобы делить на 4, 8, 16, удобнее несколько раз повторить деление на 2. Подумайте, сколько раз надо повторить деление на 2, чтобы в итоге число разделить на 4, 8, 16.

Вычислите устно:

- | | | | |
|----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| 1) $68 : 4$; | 4) $168 : 8$; | 7) $148 : 4$; | 10) $176 : 4$; |
| 2) $152 : 8$; | 5) $208 : 16$; | 8) $432 : 8$; | 11) $816 : 16$; |
| 3) $76 : 4$; | 6) $192 : 8$; | 9) $320 : 16$; | 12) $544 : 16$. |



65. Подумайте, при помощи какого приема можно устно выполнить умножение на 50, 25, 125, и вычислите:

- | | | | |
|---------------------|--------------------|----------------------|-----------------------|
| 1) $17 \cdot 50$; | 5) $28 \cdot 25$; | 9) $208 \cdot 25$; | 13) $192 \cdot 125$; |
| 2) $43 \cdot 50$; | 6) $36 \cdot 25$; | 10) $364 \cdot 25$; | 14) $112 \cdot 125$; |
| 3) $53 \cdot 50$; | 7) $52 \cdot 25$; | 11) $448 \cdot 25$; | 15) $296 \cdot 125$; |
| 4) $122 \cdot 50$; | 8) $84 \cdot 25$; | 12) $560 \cdot 25$; | 16) $344 \cdot 125$. |



66. Как изменится сумма, если компоненты действий изменить следующим образом:

1-е слагаемое	2-е слагаемое	1-е слагаемое	2-е слагаемое
+16	+4	+3	-8
+30	-5	-5	+15
+18	-4	-12	-5



67. Летом Наташа отдыхала на даче и помогала родителям ухаживать за участком. В подарок своей подруге она привезла в город варенье. Клубничного варенья было 850 г, вишневого — в 2 раза больше, а варенья из сливы — на 300 г больше, чем клубничного. Найдите массу варенья, которое Наташа привезла в подарок.



68. Теплоход прибыл из Уфы в Москву 14 июля в 19 ч 30 мин, совершив путь за 12 сут. 10 ч 20 мин. Когда теплоход отплыл из Уфы?



69. Часы отстают на 10 мин 40 с и показывают 6 ч 20 мин 15 с. Определите правильное время.



Контрольные задания

1. Запишите, какие фигуры изображены на рисунке 6:

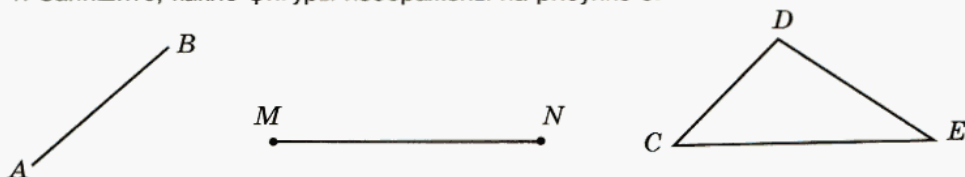


Рис. 6

2. Сделайте рисунок по описанию: прямая MN пересекает отрезок AB в точке P .

§ 4.

ПРЯМАЯ. ОТРЕЗОК. ЛУЧ



70. Выполните задания и ответьте на вопросы.

- 1) Отметьте две точки — A и B . Проведите отрезок AB .
- 2) Сколько существует отрезков, соединяющих точки A и B ?
- 3) Отметьте две точки — C и D . Проведите через них прямую.

Сколько прямых можно провести так, чтобы они проходили через обе эти точки?

- 4) Начертите две пересекающиеся прямые. Обозначьте точку их пересечения буквой A .

Могут ли эти прямые иметь еще и другие точки пересечения?

Сколько общих точек могут иметь две пересекающиеся прямые?

Проведенная работа помогла нам убедиться в том, что:

- а) две точки могут быть концами единственного отрезка;
- б) через две точки можно провести единственную прямую;
- в) две прямые могут пересекаться только в одной точке.

Рассмотрите рисунок 7.

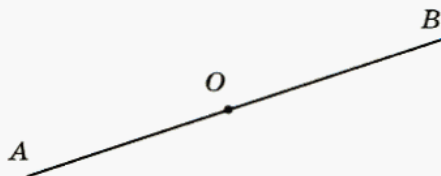


Рис. 7

Здесь точка O разбивает прямую AB на две части. Эти части называют **лучами**: луч OB и луч OA . Точка O — **начало** каждого из этих лучей. Обычно лучи изображают так:

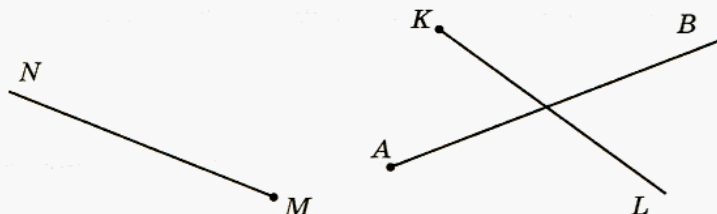


Рис. 8

Подумайте, можно ли утверждать, что луч AB и луч BA — это один и тот же луч. Назовите начало каждого луча, изображенного на рисунке 8, и подумайте, как записать «имена» этих лучей.

Проверьте себя: *при обозначении луча на первое место ставят букву, которой обозначено его начало.*

Правильный ответ такой: AB , MN , KL .

71. Используя рисунок 8, запишите, какие лучи пересекаются, а какие — нет.

72. Сделайте рисунок по описанию:

- прямая a пересекает луч CD в точке O ;
- лучи AB и MN пересекаются в точке K .



73. 1) Предположим, что кто-то из ваших знакомых знает, что такое точка и что такое прямая, но не знает, что такое отрезок и что такое луч. Как бы вы ему это объяснили? (Используйте рисунок 9.)



Рис. 9

2) Какие из следующих утверждений вы выбрали бы для того, чтобы объяснить, что такое отрезок и что такое луч:

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> ■ отрезок — это часть прямой; ■ отрезок — часть прямой, ограниченная двумя точками этой прямой; | <ul style="list-style-type: none"> ■ луч — это часть прямой; ■ луч — часть прямой, ограниченная с одной стороны какой-либо точкой этой прямой; |
|--|--|

■ отрезок — все точки прямой, расположенные между какими-либо двумя точками этой прямой, и сами эти две точки;

■ луч — все точки прямой, расположенные по одну сторону от какой-либо точки этой прямой и сама эта точка?



74. В каждом случае определите, как связаны между собой числа верхней и нижней строк, и выполните задания:

$$1) \begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n & \dots & \\ 11 & 12 & 13 & 14 & \dots & & \dots & \end{array}; \quad 4) \begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n & \dots & \\ 3 & 6 & 9 & 12 & \dots & & \dots & \end{array};$$

$$2) \begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n & \dots & \\ 2 & 4 & 6 & 8 & \dots & & \dots & \end{array}; \quad 5) \begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n & \dots & \\ 0 & 1 & 2 & 3 & \dots & & \dots & \end{array};$$

$$3) \begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n & \dots & \\ 1 & 4 & 9 & 16 & \dots & & \dots & \end{array}; \quad 6) \begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n & \dots & \\ 1 & 8 & 27 & 64 & \dots & & \dots & \end{array}.$$

а) Запишите число, которое должно стоять во второй строке под числом 10 первой строки; под числом 100.

б) Составьте буквенное выражение, показывающее, как из числа n первой строки получить соответствующее число второй строки.



75. Винни-Пух был в гостях у Пятачка. Уходя, он забыл у него свой воздушный шарик. Пятачок заметил это только через 12 минут после ухода Винни-Пуха и сразу побежал за ним вдогонку, чтобы отдать шарик. Ему удалось догнать Винни довольно быстро, поскольку тот шел не торопясь, со скоростью 50 м/мин, а Пятачок бежал быстро — со скоростью 200 м/мин.

Запишите на математическом языке:

- 1) какое расстояние Винни-Пух прошел за 12 мин;
- 2) на какое расстояние Пятачок приближался к Винни-Пуху за одну минуту;
- 3) сколько времени понадобилось Пятачку, чтобы догнать Винни-Пуха.





76. Волк бросился за зайцем, когда тот был на расстоянии 10 м от него. Скорость зайца — x м/мин, скорость волка — y м/мин, причем волк бежит быстрее зайца. Запишите на математическом языке:

- скорость сближения волка и зайца;
- время, которое потребуется волку, чтобы догнать зайца.



77. Волк бросился вдогонку за зайцем, когда тот был на расстоянии 10 м от него. Скорость зайца — x м/мин, а скорость волка в три раза больше.

Какие величины можно выразить из этого условия? Выразите эти величины.



78. Заполните таблицу.

a	5	6	7	8	9
b	10	5	2	1	0
$2a + 3b$					
$4a - 2b$					

Найдите неизвестное число:

- 79.** а) $28 + ? = 100$; в) $? + 63 = 100$; д) $15 + ? = 25$;
б) $31 + ? = 100$; г) $? + 79 = 100$; е) $? + 45 = 75$.
- 80.** а) $25 + ? = 50$; в) $18 + ? = 50$; д) $8 + ? = 25$;
б) $? + 32 = 50$; г) $29 + ? = 50$; е) $34 + ? = 75$.



81. Скорость течения реки 2 км/ч, а собственная скорость катера 15 км/ч. Составьте выражения для следующих величин и найдите их значения:

- скорость катера при движении по течению реки;
- скорость катера при движении против течения реки;
- расстояние, которое пройдет катер за 3 ч, двигаясь по течению реки;
- расстояние, которое пройдет катер за 3 ч, двигаясь против течения;
- время, которое потребуется катеру на путь 68 км при движении по течению реки;

6) время, которое потребуется катеру на путь 78 км при движении против течения реки;

7) на сколько скорость катера при движении по течению больше его скорости при движении против течения реки.



82. Скорость течения реки — 2 км/ч, а собственная скорость катера — x км/ч. Какие величины можно найти по этим данным?

1) Составьте выражения для этих величин. Дополните условие такими данными, чтобы можно было составить более сложные выражения.

2) Проверьте, составили ли вы выражения для таких величин:

- скорость катера при движении по течению реки;
- скорость катера при движении против течения реки;
- на сколько скорость катера при движении по течению реки больше его скорости при движении против течения;
- расстояние, которое пройдет катер за определенное время, двигаясь по течению реки; против течения реки;
- время, которое потребуется катеру на определенный путь при движении по течению реки; против течения реки.

Если таких выражений нет, составьте их.

3) Какой смысл могут иметь выражения:

$$8 \cdot (x + 2), \quad 10 \cdot (x - 2)?$$



83. а) Двигаясь по течению реки, катер за 4 ч прошел 72 км. Какова собственная скорость катера, если скорость течения реки — 2 км/ч?

б) Двигаясь против течения реки, теплоход за 3 ч прошел 63 км. Какова скорость течения реки, если собственная скорость теплохода — 23 км/ч?

в) При движении против течения реки расстояние в 126 км моторная лодка проходит за 7 ч. Какова скорость лодки в стоячей воде, если плот то же расстояние проходит за 63 часа?

г) Двигаясь по течению реки, расстояние в 72 км теплоход проходит за 3 ч, а плот — за 18 ч. Какова скорость теплохода при движении против течения?



84. Впервые человек ступил на поверхность Луны 21 июля 1969 года. Это был американский астронавт Нил Армстронг. Сколько лет, месяцев и дней прошло с того момента до сегодняшнего дня?

85. Выполните цепочки вычислений:

а) $100 \xrightarrow{:5} \bigcirc \xrightarrow{+19} \bigcirc \xrightarrow{:3} \bigcirc \xrightarrow{+17} \bigcirc$

б) $8 \xrightarrow{\times 7} \bigcirc \xrightarrow{-26} \bigcirc \xrightarrow{\times 3} \bigcirc \xrightarrow{-45} \bigcirc$

в) $15 \xrightarrow{\times 3} \bigcirc \xrightarrow{+10} \bigcirc \xrightarrow{:5} \bigcirc \xrightarrow{+29} \bigcirc$

г) $48 \xrightarrow{:6} \bigcirc \xrightarrow{+42} \bigcirc \xrightarrow{:2} \bigcirc \xrightarrow{-13} \bigcirc$



86. Лера, Юлия и Саша собирали грибы. Лера нашла 48 белых грибов, Юлия — в два раза меньше, а Саша — на 20 грибов меньше, чем Лера и Юлия вместе. Кто набрал больше всех грибов и на сколько, по сравнению с остальными?



Контрольные вопросы

1. Сколько можно провести отрезков, соединяющих две точки?
2. Сколько прямых можно провести через две точки?
3. Чем изображение отрезка отличается от изображения прямой?

§ 5.

СРАВНЕНИЕ ОТРЕЗКОВ. ДЛИНА ОТРЕЗКА



87. 1) Объясните, как сравнить отрезки при помощи линейки или циркуля.

Сравните отрезки, изображенные на рисунке 1, известными вам способами.

2) Подумайте, как проверить, равны ли отрезки, если под рукой нет ни циркуля, ни линейки, но есть калька или прозрачная пленка.

3) Подведите итог проделанной работы: в каких случаях можно утверждать, что отрезки равны?

Проверьте себя.

Отрезки равны, если при наложении их можно совместить.

Отрезки равны, если они имеют одинаковую длину.



88. На геометрических рисунках принято равные отрезки отмечать одинаковым числом черточек так, как это показано на рисунке 10. Сделайте в тетради такой же рисунок и запишите, какие отрезки равны.

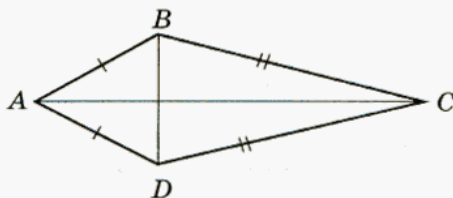


Рис. 10



89. Найдите на рисунке 11 равные отрезки.

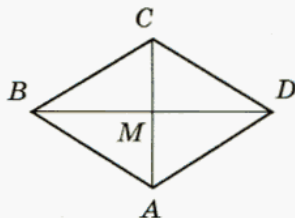


Рис. 11

Сделайте такой же рисунок в тетради и отметьте на нем равные отрезки так, как это принято в геометрии.



90. Опишите рисунок 12.

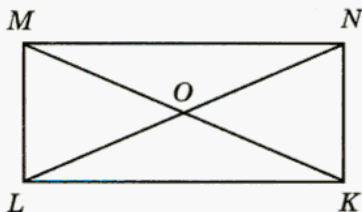


Рис. 12

Есть ли здесь равные отрезки? Назовите их. Сделайте в тетради такой же рисунок, увеличив все размеры в два раза, и отметьте на нем равные отрезки. Что вы заметили?

Измеряя и сравнивая отрезки, вы пользовались таким понятием, как *длина отрезка*. Какие единицы длины вы знаете?

Как бы вы объяснили, что такое длина отрезка, человеку, который измерением отрезков никогда не занимался? Воспользуйтесь для этого рисунком 13.

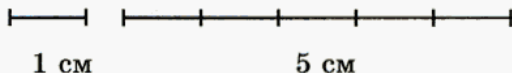


Рис. 13

Сравните ваше объяснение с таким: *длина отрезка* — это число, которое показывает, сколько раз отрезок, длина которого принята за единицу (меру) длины, укладывается в измеряемом отрезке.



91. Длина отрезка AB равна 50 см. Точки M и N лежат на этом отрезке. Найдите длину отрезка MN , если:

- а) $AM = 15$ см, $NB = 19$ см; в) $AM = 23$ см, $NB = 21$ см;
 б) $AN = 38$ см, $MB = 26$ см; г) $AN = 42$ см, $MB = 34$ см.



92. Длина отрезка AB равна a см. Запишите выражение для длины отрезка:

- а) MN , который в три раза длиннее AB ;
 б) KL , который на 25 см длиннее AB ;
 в) CD , который в 4 раза короче AB ;
 г) EF , который на 8 см короче AB .



93. Запишите выражение для длины отрезка BC (рис. 14):

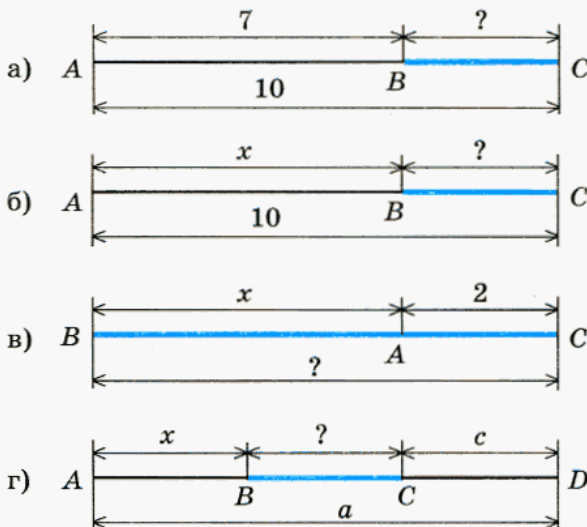


Рис. 14



94. Отрезок MN имеет длину x см (рис. 15). Начертите отрезок AB , длина которого равна: а) $2x$ см; б) $3x$ см; в) $x : 2$ см; г) $x : 4$ см.



Рис. 15



95. Как изменится разность, если ее компоненты изменить следующим образом:

Уменьшаемое	Вычитаемое
+6	+4
+2	-5
+18	-6

Уменьшаемое	Вычитаемое
+45	-10
-17	+7
-9	+5



96. Запишите данное утверждение на математическом языке в виде равенства тремя способами:

- а) число m в 4 раза больше числа n ;
- б) число a на 4 больше числа b ;
- в) число c в 4 раза меньше числа d ;
- г) число e на 4 меньше числа g .

Вычислите устно:

97. а) Одно слагаемое увеличили на 50. Как нужно изменить другое слагаемое, чтобы сумма увеличилась на 80? на 78? уменьшилась на 59? осталась без изменения?

б) Одно слагаемое уменьшили на 30. Как нужно изменить другое слагаемое, чтобы сумма уменьшилась на 80? на 10? увеличилась на 30? не изменилась?

98. Вычитаемое уменьшили на 52. Что надо сделать с уменьшаемым, чтобы разность осталась без изменения?

99. Уменьшаемое увеличили на 49. Что надо сделать с вычитаемым, чтобы разность не изменилась?

100. Уменьшаемое уменьшили на 28. Что надо сделать с вычитаемым, чтобы разность этих чисел осталась без изменения?



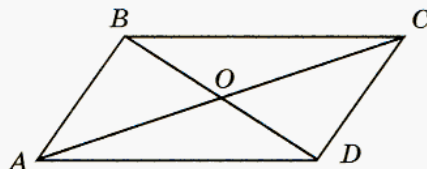
101. Из города одновременно в одном направлении выехали грузовая машина со скоростью 90 км/ч и легковой автомобиль, скорость которого — 115 км/ч. На сколько километров грузовик отстанет от автомобиля через три часа после начала движения? Постарайтесь найти два способа решения этой задачи.

Измените условие задачи так, чтобы она решалась в одно действие.

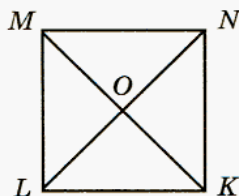
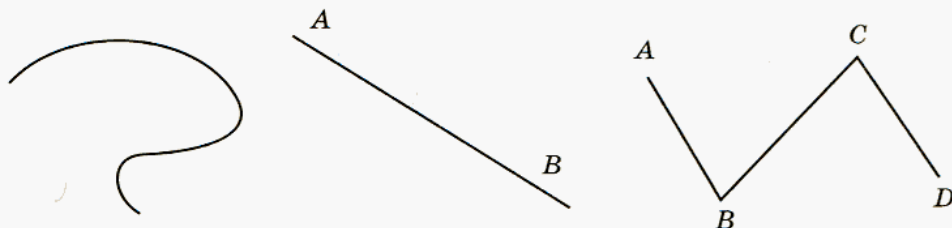


**Контрольные задания**

1. Объясните, что означает фраза: «Отрезки равны».
2. Запишите, какие отрезки (рис. 16) равны.

**Рис. 16**

3. На рисунке 17 найдите равные отрезки. Сделайте такой же рисунок в тетради и отметьте их.

**Рис. 17****§ 6.****ЛОМАНАЯ****Рис. 18**

На рисунке 18 изображены три линии. Как они называются? Каким из них даны «имена»?

Скорее всего, вы ответили правильно: это *кривая*, *прямая* и *ломаная*. «Имена» даны двум из них — прямой и ломаной.

Точки A , B , C и D называют **вершинами** ломаной, а отрезки AB , BC и CD — ее **звеньями**.

Вы знаете, как записываются «имена» отрезков, прямых и лучей. А как записать «имя» ломаной? Сколькими способами можно назвать ломаную, изображенную на рисунке 18? Можно ли назвать ее $ADBC$?

Проверьте себя.

Ломаную, изображенную на рисунке 18, можно назвать только двумя способами — либо $ABCD$, либо $DCBA$.

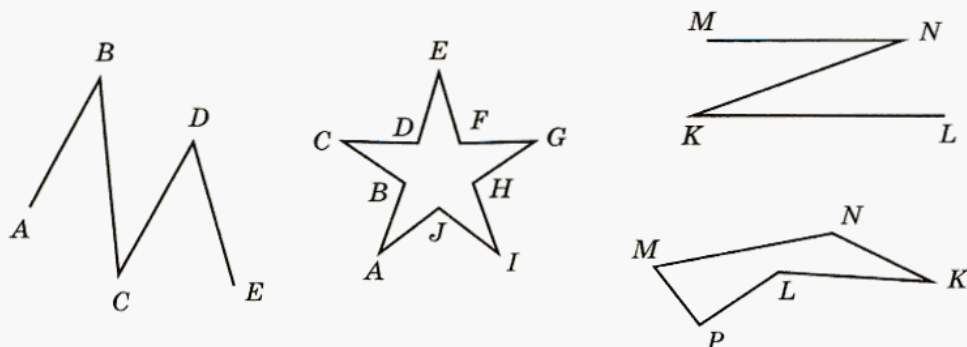


Рис. 19



102. 1) Назовите и запишите, какие из ломаных (рис. 19) замкнутые, а какие — незамкнутые.

2) Незамкнутую ломаную можно назвать двумя способами, а сколькими способами можно назвать замкнутую ломаную $MNKL$?



Рис. 20

На рисунке 20 изображены ломаные, у которых некоторые звенья пересекаются. Такие ломаные называют **самопересекающимися**.

103. Отметьте в тетради точки A , B , C и D , так же как на рисунке 18. Постройте какую-нибудь другую незамкнутую ломаную, для которой эти точки тоже были бы вершинами. Запишите ее название.



104. Сколько всего различных незамкнутых ломаных можно построить с вершинами в точках A, B, C, D (рис. 18)?



105. Сколько всего различных замкнутых ломаных можно построить с вершинами в точках A, B, C, D (рис. 18)?



106. Постарайтесь объяснить, что такое длина ломаной.

1) Начертите ломаную, состоящую из четырех звеньев, измерьте их длины и запишите выражение, соответствующее длине ломаной. Найдите значение этого выражения.

2) Найдите длину ломаной, изображенной на рисунке 18.

107. Запишите выражение для длины ломаной $ABCD$, если $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$.



108. Запишите выражение для длины ломаной $ABCD$, если:

- а) $AB = x$, BC в 2 раза больше AB , а CD на 6 см меньше AB ;
б) $AB = y$, BC в 3 раза меньше AB , а CD на 8 см больше BC .



109. Запишите выражение для длины ломаной $MNKL$, если:

- а) $MN = a$, NK в 3 раза больше MN , а KL на 12 см больше MN ;
б) $MN = b$, NK на 7 см больше MN , а KL в 4 раза больше NK .



110. Как изменится результат, если компоненты действий изменить следующим образом:

1-й множитель	2-й множитель	1-й множитель	2-й множитель
$\cdot 2$	$\cdot 2$	$: 10$	$\cdot 10$
$\cdot 2$	$\cdot 10$	$: 10$	$: 10$
$: 2$	$: 10$	$: 100$	$: 10$

Найдите неизвестное число:

111. а) $17 + ? = 100$; в) $24 + ? = 50$; д) $6 + ? = 100$;
б) $64 + ? = 100$; г) $36 + ? = 50$; е) $73 + ? = 100$.

112. а) $? + 82 = 100$; в) $? + 39 = 50$; д) $75 - ? = 50$;
б) $? + 8 = 100$; г) $? + 14 = 50$; е) $22 + ? = 50$.



113. Книга стоит x р., а альбом — y р. Какой смысл имеет выражение:

- а) $3x$; б) $2y$; в) $y - x$; г) $5x + 4y$?



114. Скорость пассажирского поезда — a км/ч, а товарного — b км/ч. Что записано на математическом языке:

- а) $a + b$; б) $1750 : a$; в) $1750 : b$; г) $1750 : (a + b)$?



115. Сережа во время рыбалки поймал трех окуней: масса одного окуня — 400 г, второго — на 60 г больше, а масса третьего окуня в 2 раза меньше общей массы первых двух. Найдите массу всех трех окуней.



116. Антон забыл кодовый номер своей банковской магнитной карты, но помнил, что он состоит из четырех цифр и сумма двух первых цифр равна 15, а двух вторых — 16. Запишите все возможные варианты кодового номера его магнитной карты. Можно ли утверждать, что он наверняка сможет воспользоваться картой, если она запрограммирована так, что ошибиться можно не более четырех раз (после четырех ошибок банкомат отказывается работать с картой)?



Контрольные задания

1. Нарисуйте незамкнутую ломаную $ABCDE$. Из скольких звеньев состоит эта ломаная? Назовите их и запишите.
2. Нарисуйте замкнутую ломаную $MNKL$. Из скольких звеньев состоит эта ломаная? Назовите их и запишите.
3. Объясните, как найти длину ломаной. Найдите длины ломаных, которые вы изобразили.

§ 7.

КООРДИНАТНЫЙ ЛУЧ



117. Шляпа, которую ветер сорвал со старухи Шапокляк, упала в десяти метрах от нее и покатилась со скоростью 3 м/с. С какой скоростью должна бежать Крыска Лариска, чтобы догнать шляпу через 10 с?

Эту задачу можно решить несколькими способами. Рассмотрим некоторые из них.

I способ.

Рассмотрите схематический рисунок (рис. 21) к этой задаче, он подскажет вам ход решения и поможет ответить на вопрос задачи:

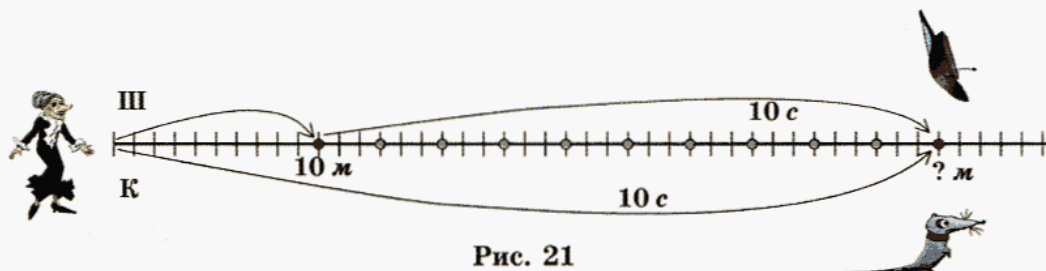


Рис. 21

В случае затруднений ответьте на вопросы:

- что на этом рисунке показывает горизонтальная линия?
- что означают вертикальные штрихи (какой величине соответствует расстояние между двумя соседними штрихами)?
- что отмечено красными точками, а что — зелеными?
- что показывают дуги?
- в какой точке находилась шляпа через 2 с после того, как она коснулась земли; через 5 с (покажите на рисунке)?
- какие величины надо знать, чтобы найти скорость Крыски Лариски? Известны ли они?

Рисунок поможет вам найти неизвестную величину.

II способ.

Можно эту задачу решать и без рисунка. Подумайте:

- какой должна быть скорость сближения между Крыской Лариской и шляпой, чтобы она смогла догнать шляпу через 10 с;
- как, зная скорость сближения и скорость шляпы, найти скорость Крыски Лариски.

Какой способ вам показался более простым?

Может показаться, что второй способ проще, так как в этом случае задача решается меньшим числом действий. Но, как показывает практика, когда есть рисунок, люди находят решение гораздо быстрее. Решая нашу задачу с помощью рисунка, мы, например, могли для любого момента времени определить, на каком расстоянии от места падения находилась шляпа, и, исходя из этого, рассчитать скорость ее преследовательницы.

Рассмотрите рисунок 22 и постарайтесь объяснить, что на нем изображено:

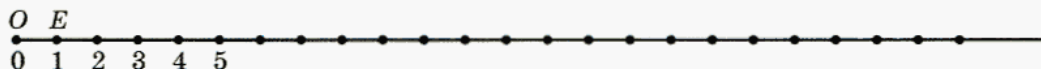
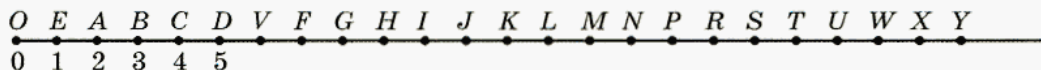


Рис. 22

Проверьте себя.

На рисунке 22 изображен луч OE , который разбит на деления также, как знакомый нам измерительный инструмент — линейка. Точка O — начало луча, и этой точке соответствует число 0. Эта точка — *начало отсчета*. Точке E соответствует 1, а длина отрезка OE принята за единицу длины и называется *единичным отрезком*. Каждая следующая точка отстоит от предыдущей на расстоянии, равном единице длины.



Такой луч называют **координатным**, а число, которое соответствует точке координатного луча, называют **координатой** этой точки.

Так, на рисунке 23 точке A соответствует число 2, значит, координата точки A равна 2. Это можно записать коротко: $A(2)$, читается: «точка A с координатой 2» или «точка A имеет координату 2». Запишем координаты точек C и K : $C(4)$, $K(12)$.

Обычно координатный луч изображают так:



Рис. 24

118. Запишите координаты точек F , H , L , R , U , W (рис. 23).

119. Укажите точки, которые имеют координаты 4, 7, 10, 15, 19, 20 (рис. 23).

120. Изобразите координатный луч так, как на рисунке 24, считая, что единичный отрезок равен двум клеткам тетради. Отметьте на нем точки:

а) $A(2)$, $D(4)$, $C(7)$, $V(10)$;

б) $M(3)$, $N(5)$, $K(6)$, $L(8)$.

121. Изобразите координатный луч с единичным отрезком, равным 3 клеткам тетради, и отметьте на нем точки: $E(1)$, $A(3)$, $M(4)$, $F(5)$.

122. Запишите координаты точек, отмеченных на рисунке 25.

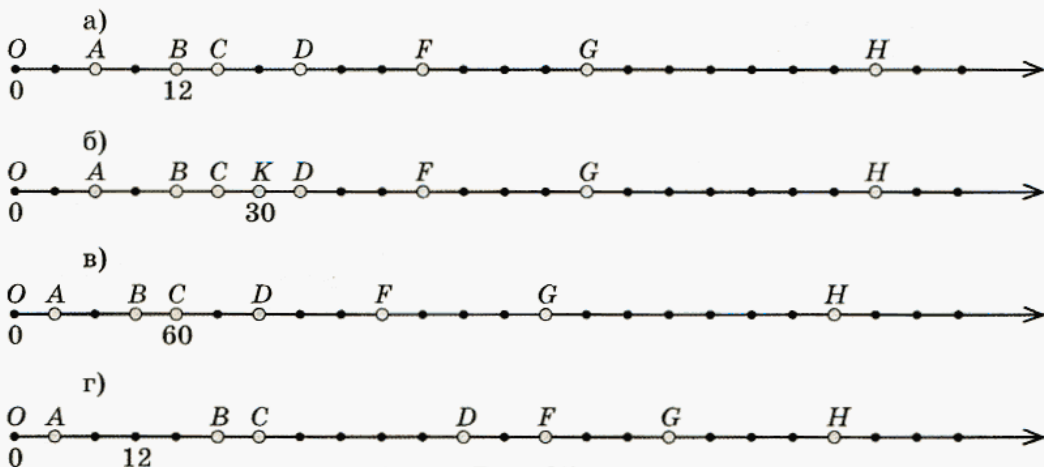


Рис. 25



123. Подумайте, какому наибольшему числу единичных отрезков должно соответствовать одно деление координатного луча, чтобы можно было отметить данные числа, и отметьте их:

а) 4, 12, 20, 24, 36;

в) 60, 90, 150, 180, 210;

б) 20, 30, 50, 80, 90;

г) 50, 75, 150, 175, 200.



124. Составьте числовое выражение для координаты точки B (рис. 26). Найдите его значение.

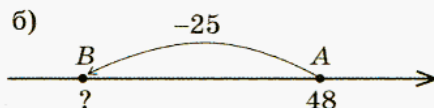
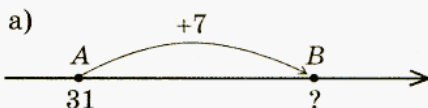


Рис. 26



125. 1) Составьте числовое выражение для координаты точки B (рис. 27). Найдите его значение.

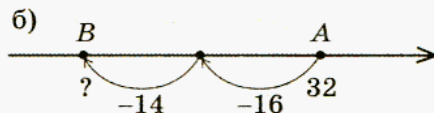
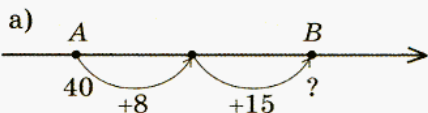


Рис. 27

2) Замените в полученном выше выражении два действия одним, оставив первый компонент без изменения. Найдите значение этого выражения. Если вы все сделали верно, то у вас получится тот же результат.

3) Проверьте, такое ли выражение у вас получилось при выполнении второго задания: а) $40 + 23$; б) $32 - 30$.



126. Маляр за 1 ч может окрасить 4 м^2 ограды, а его ученик — только 3 м^2 . 1) Какую площадь они могут окрасить за 6 ч совместной работы? 2) За какое время они могут окрасить 28 м^2 такой ограды, работая одновременно?



127. Мастер может изготовить 360 деталей за 6 дней, а ученик — за 12 дней. За сколько дней мастер и ученик смогут изготовить это количество деталей, работая одновременно?

В случае затруднений последовательно ответьте на вопросы:

- какие величины надо знать, чтобы ответить на вопрос задачи?
- какая из этих величин известна, а какая — нет?
- что нужно знать, чтобы найти эту величину?
- как это узнать, исходя из условия задачи?



128. а) Первая бригада может отремонтировать 1800 м дороги за 90 дней, а вторая — за 45 дней. За сколько дней будет закончен ремонт этой дороги, если обе бригады будут работать совместно?

б) Бак, вмещающий 120 000 л, через один кран можно заполнить за 20 ч, а через другой за 30 ч. За какое время заполнится бак, если включить оба крана?

в) Работая один, трактор может вспахать поле площадью 420 а за 3 дня, а вместе с другим трактором — за 2 дня. За сколько дней может вспахать поле один второй трактор?

г) Работая один, насос может откачать 1512 л воды за 12 ч, а вместе с другим насосом — за 9 ч. За какое время может откачать это количество воды один второй насос?

Вычислите устно:

- 129.** а) $33 \cdot 5$; в) $235 : 5$; д) $44 \cdot 25$; ж) $7850 : 50$;
 б) $45 \cdot 4$; г) $25 \cdot 8$; е) $288 : 4$; з) $224 : 16$.



Контрольные задания

1. Объясните, что такое координатный луч. Укажите, какие из изображенных на рисунке 28 лучей являются координатными:

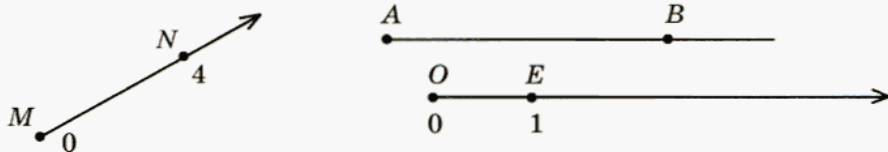


Рис. 28

2. Изобразите координатный луч и отметьте на нем точки $A(2)$, $B(4)$, $C(7)$.
 3. Определите координаты точек, отмеченных на рисунке 29:



Рис. 29

§ 8.

ОКРУГЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Представим себе, что длина пути между двумя железнодорожными станциями равна 7980 км. В таких случаях обычно говорят, например, так: «Расстояние между станциями около восьми тысяч километров». Если же длина пути — 7032 км, то говорят, что расстояние равно примерно семи тысячам километров. В обоих случаях происходит замена *точного значения величины близким к нему «круглым» числом*, или, как говорят математики, **округление**. В результате округления получается *приближенное значение величины*. Действие округления обозначают значком $\approx$, который читается: «приближенно равно». Выполнение округления в приведенных примерах записывают так:

$$7980 \approx 8000; \quad 7032 \approx 7000.$$

Постарайтесь самостоятельно прочитать эти равенства, затем проверьте себя:

«7980 приближенно равно восьми тысячам»,

«7032 приближенно равно семи тысячам».

Выполняя округление в этих двух примерах, цифры всех разрядов, младше разряда тысяч, мы заменили нулями. В таких случаях говорят, что *было выполнено округление до разряда тысяч*.



130. Округлите до разряда тысяч следующие числа: 6948, 6848, 6748, 6648, 6548, 6448, 6348, 6248, 6148, 6048.

Проверьте себя:

$$6948 \approx 7000$$

$$6448 \approx 6000$$

$$6848 \approx 7000$$

$$6348 \approx 6000$$

$$6748 \approx 7000$$

$$6248 \approx 6000$$

$$6648 \approx 7000$$

$$6148 \approx 6000$$

$$6548 \approx 7000$$

$$6048 \approx 6000$$

Проанализируйте эти приближенные равенства и ответьте на следующие вопросы:

- в каких случаях цифра разряда тысяч не изменялась?
- в каких случаях цифра разряда тысяч изменялась?



131. Прочитайте приближенные равенства. В каждом случае определите, до какого разряда выполнено округление:

- | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $78\ 691 \approx 78\ 700$; | 4) $854\ 123 \approx 1\ 000\ 000$; |
| 2) $34\ 290 \approx 34\ 000$; | 5) $42\ 736 \approx 43\ 000$; |
| 3) $714\ 098 \approx 714\ 000$; | 6) $82\ 545 \approx 82\ 550$. |

Ответьте на вопросы:

- в каких случаях цифра разряда, до которого выполнялось округление, не изменялась?
- в каких случаях эта цифра менялась и каким образом?

Постарайтесь сформулировать правило или просто объяснить, как выполняется округление до заданного разряда.

Проверьте себя.

При округлении числа до некоторого разряда все цифры последующих разрядов заменяются нулями.

Цифра разряда, до которого выполняется округление, остается без изменения, если в округляемом числе за ней следует одна из цифр: 0, 1, 2, 3, 4. В остальных случаях к ней прибавляется 1.

132. Выполните округление до указанного разряда:

- а) до сотен — 2575; 86 039;
- б) до тысяч — 448 731; 2 180 960;
- в) до миллионов — 7 734 106; 6 381 710;
- г) до десятков тысяч — 12 803 326; 257 902 581.



133. Округлите число 8 999 996 до разряда:

- а) миллионов; в) десятков тысяч;
- б) сотен тысяч; г) десятков.



134. Определите, до какого разряда выполнено округление:

- а) $63\ 723 \approx 64\ 000$; в) $45\ 852 \approx 45\ 900$;
- б) $179\ 996 \approx 180\ 000$; г) $283\ 891 \approx 300\ 000$.



135. Запишите число, при округлении которого до любого разряда получалось бы 100 000 000.



136. Расстояние от дома Аладдина до волшебной пещеры примерно 15 км. От дома до пещеры Аладдин шел пешком, причем большую часть пути ему пришлось идти в гору, поэтому его скорость была невысокой — около 3 км/ч. Обратно же он летел на ковре-самолете, но тоже не слишком быстро, со средней скоростью около 5 км/ч, так как ему хотелось все хорошенько рассмотреть с высоты. И все же на обратный путь он потратил меньше времени.

Примерно сколько времени потратил Аладдин на возвращение?



137. Машина-пылесос, которая высасывает грязь с трамвайных путей на улицах Хельсинки (столицы Финляндии), за 1 ч работы успевает очистить примерно 17 км. Какое время понадобится ей, чтобы очистить пути протяженностью около 100 км? В какое время водитель должен начать работу, чтобы к 16 часам все пути были очищены?

Округление часто используется при устных вычислениях. Если один или все компоненты действий близки к круглым числам, то сначала выполняется округление и действия производятся над круглыми числами, а затем вносится поправка.

Например:

$$262 + 197 = 260 + 2 + 200 - 3 = 460 - 1 = 459.$$

138. Значения следующих выражений найдите устно:

а) $373 + 48,$	б) $558 - 82,$	в) $434 - 73,$	г) $782 + 391,$
$292 + 37;$	$485 + 98;$	$2521 + 93;$	$1395 - 406.$



139. Одна машина для орошения поля за 4 ч работы успевает полить 24 га земли, а второй на эту же работу требуется 3 ч. Какую площадь смогут оросить эти машины за 8 ч, работая одновременно?



140. Запишите числовое выражение для координаты точки B (рис. 30). Постарайтесь заменить в этом выражении два действия одним, оставив первый компонент без изменения:

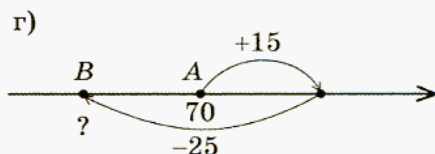
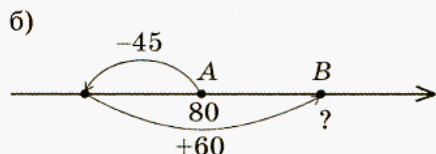
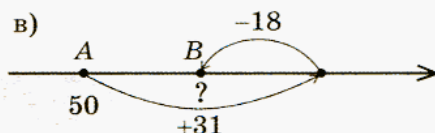
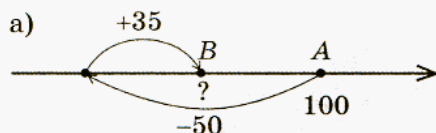


Рис. 30



141. Замените два действия одним (рис. 31).

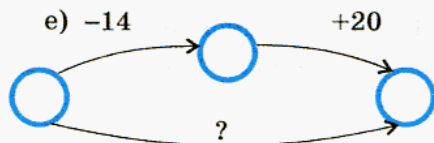
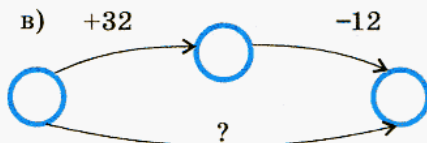
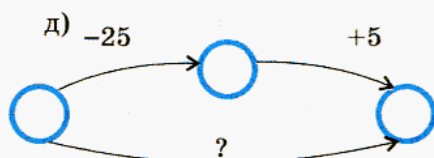
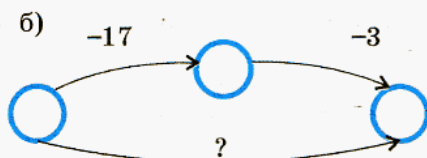
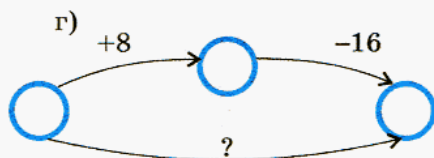
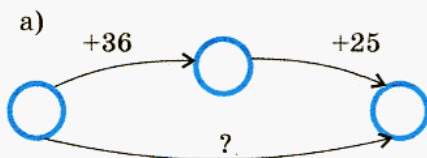


Рис. 31

142. Распилить бревно пополам стоит 10 р. Сколько надо заплатить за то, чтобы распилить бревно на 5 частей?



143. Однажды на досуге Иа-Иа и Пятачок решили попробовать зашифровать цифры буквами. Иа-Иа удалось записать некоторое трехзначное число, затем сумму его цифр, а затем сумму цифр этой суммы. Вот что у него получилось:



А Пятачок проделал то же самое с другим трехзначным числом. У него получилось так:



Постарайтесь разгадать, какое число записал Иа-Иа, а какое — Пятачок.



144. При движении по течению реки расстояние в 48 км прогулочный катер проходит за 3 ч. Какова собственная скорость катера, если скорость течения реки — 2 км/ч?



145. Двигаясь против течения реки, расстояние в 60 км теплоход проходит за 4 ч. Какова скорость течения реки, если собственная скорость теплохода — 16 км/ч?



146. При движении против течения реки расстояние в 88 км моторная лодка проходит за 8 ч. Какова скорость лодки в стоячей воде, если плот то же расстояние проходит за 22 ч?



147. Двигаясь по течению реки, расстояние в 48 км теплоход проходит за 3 ч, а плот — за 24 ч. Какова скорость теплохода при движении по озеру?



148. Прохожий заметил идущий на остановку автобус в 180 м позади себя. Чтобы не опоздать, он побежал и через 12 с прибежал на остановку одновременно с автобусом. С какой скоростью пришлось бежать прохожему, если известно, что автобус движется со скоростью 19 м/с?



149. Замените два действия одним (рис. 32).

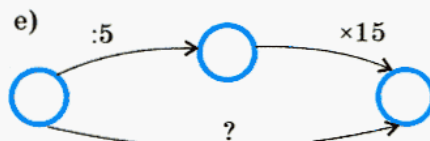
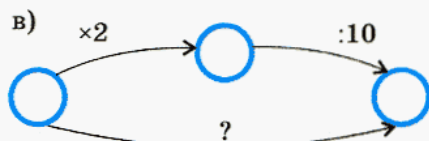
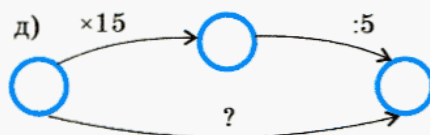
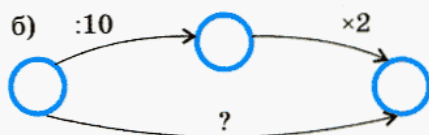
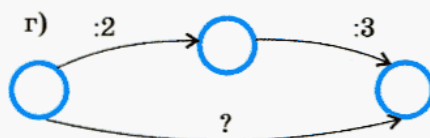
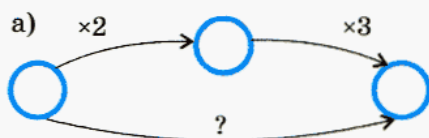


Рис. 32



Контрольные задания

- Округлите числа 68 823, 238 480, 2 560 511 до разряда тысяч.
- Определите, до какого разряда выполнено округление:
 - $17\,281 \approx 20\,000$;
 - $36\,241 \approx 36\,200$.

§ 9.

ПРИКИДКА РЕЗУЛЬТАТА ДЕЙСТВИЯ



150. Цена тетради — 8 р. Маше надо купить для всего класса 28 таких тетрадей. Она заглянула в свой кошелек и убедилась, что там лежит достаточно денег, чтобы сделать покупку.

Как, по вашему мнению, считала Маша?

Проверьте себя.

Маша могла считать разными способами.

I способ.

Чтобы узнать стоимость двадцати восьми тетрадей надо 8 умножить на 28. Получится 224 р. Значит, в кошельке было не меньше этой суммы.

II способ.

Число 8 Маша округлила до десятков, получилось 10 р., и затем 10 умножила на 28. Получилось 280 р. Возможно, в кошельке было около трехсот рублей.

III способ.

До десятков Маша округлила число 28. Получилось 30. Далее, $30 \cdot 8 = 240$. Значит, в кошельке было не меньше или не намного меньше 240 р.

В тех случаях, когда не требуется знать точное значение числового выражения, его компоненты округляют и выполняют действия с их приближенными значениями. Такую операцию называют **прикидкой результата действия**.

В решении задачи о покупке тетрадей мы рассмотрели три способа вычислений. Какие из них являются прикидкой? Какая прикидка более точная?

Прикидку выполняют и тогда, когда вызывает сомнение правильность вычислений.



151. При помощи калькулятора было найдено значение выражения:

$$2740 \cdot 20 + 15\,360 \cdot 30 + 25\,300 \cdot 40 = 5\,650\,000.$$

Попробуйте, не выполняя точных вычислений, доказать, что это равенство неверное.

Сравните свои рассуждения с такими рассуждениями.

Выполним прикидку. Для этого все первые множители округлим до разряда тысяч:

$$3000 \cdot 20 + 15\,000 \cdot 30 + 25\,000 \cdot 40.$$

Теперь вычисления легко выполнить устно. Видим, что значение исходного выражения должно быть близким числу 1 500 000. Значит, при выполнении вычислений на калькуляторе в какой-то момент был набран лишний ноль.

Подумайте, какое число было набрано неправильно?



152. Даны два числа: 13 734 и 486. Ответьте на следующие вопросы, выполнив прикидку.

а) Каким будет старший разряд суммы этих чисел? Какая цифра будет в этом разряде?

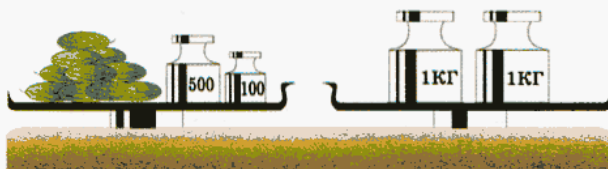
б) Изменится ли старший разряд суммы, если второе число уменьшить в два раза? А если увеличить в 2 раза, в 10 раз, в 100 раз? Изменится ли старший разряд суммы, если первое число уменьшить в два раза? А если увеличить в два раза?

в) Каким будет старший разряд разности этих чисел? Какая цифра будет в этом разряде?

г) Изменится ли старший разряд разности, если второе число уменьшить в 2 раза? А если увеличить в 2 раза, в 10 раз? Изменится ли старший разряд разности, если первое число уменьшить в 2 раза? А если увеличить в два раза?



153. Составьте уравнение по рисунку и найдите массу одного огурца, считая их примерно равными по массе и считая, что все они видны:



154. В книге Н. Носова «Незнайка на Луне» рассказывается о том, как Пончик организовал на Луне бизнес по продаже соли. За первую неделю Пончик продал 31 691 г соли по цене 490 сантиков за грамм (сантик — денежная единица на Луне). Ответьте на следующие вопросы, выполнив прикидку.

а) Стал ли Пончик миллионером спустя неделю после начала своего бизнеса?

б) Стал бы Пончик миллионером, если бы цена на соль была в 2 раза ниже? А если в 10 раз ниже?

в) Стал бы Пончик миллионером, если бы ему удалось продать соли в 2 раза меньше? А если в 10 раз меньше?

г) Сколько ему надо продать соли, чтобы купить виллу, которая стоит 150 000 000 сантиков?



155. Укажите только старший разряд и его цифру.

Для постройки желтой кирпичной дороги длиной 20 км от дома колдуньи Гингема до Изумрудного города использовались кирпичи одинакового размера, которые укладывались поперек дороги.

а) Сколько кирпичей ушло на эту дорогу, если ее ширина — 10 кирпичей, а ширина кирпича — 24 см? Сколько кирпичей ушло бы на эту дорогу, если бы ее замостили кирпичами вдвое большей ширины?

б) Сколько кирпичей ушло на дорогу от дома Гингема до замка людоеда, если она в 4 раза длиннее дороги от дома Гингема до Изумрудного города, а ширина кирпичей, из которых она сделана, равна 12 см?



156. Даны два числа: 35 711 и 290. Ответьте на следующие вопросы, выполнив прикидку.

а) Каким будет старший разряд частного этих чисел? Какая цифра будет в этом разряде?

б) Изменится ли старший разряд частного, если второе число уменьшить в 2 раза? А если увеличить в 2 раза, в 10 раз?

в) Изменится ли старший разряд частного, если первое число уменьшить в 2 раза? А если увеличить в 2 раза?

г) Изменится ли старший разряд частного, если первое число увеличить в 10 раз? если второе число увеличить в 10 раз? если оба числа увеличить в 10 раз?



157. Составьте список продуктов, которые вы хотели бы купить к праздничному столу, узнайте их цены и, выполнив прикидку, определите, хватит ли вам для покупки 800 р. Если хватит, подумайте, что еще можно купить на оставшиеся деньги, а если нет, то от чего вам придется отказаться.

Вычислите устно:

158. а) $2030 - 98$;

в) $1881 - 96$;

б) $672 - 139$;

г) $7232 + 687$.

159. а) $877 + 529$;

в) $198 + 88$;

б) $3052 - 120$;

г) $133 - 94$.



160. Как известно, Карлсон, который живет на крыше, перемещается по воздуху при помощи пропеллера. Мощность пропеллера довольно велика — он может поднять не только Карлсона, но и фрекен Бок вместе с креслом. Поста-



райтесь определить приблизительно, какова мощность пропеллера (сколько килограммов он способен поднять), прикинув массы Карлсона, фрекен Бок и кресла, в котором она сидит.



161. Скольких ребят твоего возраста и твоей комплекции смог бы поднять пропеллер Карлсона, если считать, что, поднимая Карлсона и фрекен Бок вместе с креслом, он работает на пределе своей мощности?



162. а) Грузоподъемность лифта в жилом доме около 400 кг. Сможет ли такой лифт поднять всех членов вашей семьи?

б) В Японии пользуется популярностью такой вид борьбы, как борьба сумо. Борцы сумо имеют очень большую массу. Узнайте какую (в среднем) и определите, скольких борцов сумо может поднять такой лифт.

в) Если в вашем доме есть грузовой лифт, узнайте его грузоподъемность (эта информация обычно дается на табличке внутри кабины лифта или на первом этаже возле лифта) и определите, скольких борцов сумо может поднять этот лифт.



163. Три снегоуборочные машины, работая одновременно, за 1 ч могут очистить не более 17 км дороги шириной 10 м. Сколько может потребоваться таких машин для очистки Московской кольцевой автодороги, длина которой — около 109 км, а ширина — около 38 м, если очистку необходимо произвести не более чем за 3 ч?

164. Придумайте жизненные или сказочные ситуации, в которых прикидка позволяет решить проблему без трудоемких вычислений.

165. Расставьте скобки так, чтобы получилось верное равенство:

a) $24 + 12 \cdot 2 = 72$;

В) $72 : 36 - 24 \cdot 10 = 60;$

6) $150 - 60 : 3 = 30$;

г) $150 - 2 \cdot 24 + 12 : 6 = 140$.



166. Укажите, какой точке на рисунке 33 соответствует начало координатного луча.

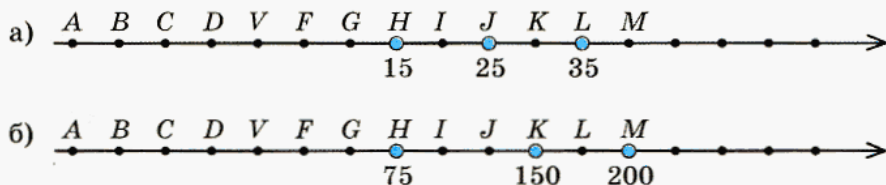


Рис. 33 (начало)

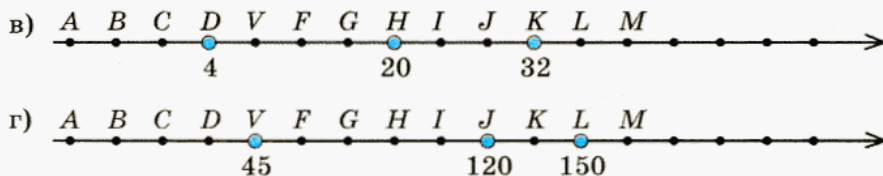


Рис. 33 (окончание)

Контрольные вопросы

1. Каким будет старший разряд суммы $23\,562 + 7839$?
2. Каким будет старший разряд разности $5726 - 5432$?
3. Каким будет старший разряд произведения $28 \cdot 135$?
4. Каким будет старший разряд частного $2760 : 8$?

§ 10.

ВЫЧИСЛЕНИЯ С МНОГОЗНАЧНЫМИ ЧИСЛАМИ



167. Вычислите:

- 1) $45\,361 + 2\,741\,439$;
- 2) $6\,478\,497 + 5\,954\,502$;
- 3) $922\,564 - 723\,154$;
- 4) $564\,589 - 57\,175$.

Постарайтесь сформулировать правило записи чисел при сложении или вычитании в столбик.

Проверьте, такое ли правило у вас получилось.

При сложении и вычитании многозначные числа записывают в столбик так, чтобы цифры одноименных разрядов были записаны друг под другом.

Вычислите:

168. а) $48\,489 + 72\,655$; в) $5\,388\,226 - 2\,881\,622$;
- б) $252\,245 + 4\,728\,088$; г) $1\,925\,908 - 71\,414$.
169. а) $68\,622 + 485\,992$; в) $442\,774 + 652\,113$;
- б) $329\,527 - 177\,028$; г) $131\,357 - 81\,592$.

170. а) Используя данную информацию, заполните таблицу.

Река	Амазонка (Ю. Америка)	Висла (Европа)	Ганг (Азия)	Дунай (Европа)	Муррей (Австралия)	Нил (Африка)	Ориноко (С. Америка)	Сена (Европа)
Длина, км				2850				

- Нил на 3821 км длиннее Дуная.
- Амазонка на 271 км короче Нила.
- Висла короче Амазонки на 5353 км.
- Ганг на 1653 км длиннее Вислы.
- Муррей короче Ганга на 130 км.
- Ориноко длиннее Муррея на 160 км.
- Сена короче Ориноко на 1954 км.

б) Ответьте на вопросы:

- какая из перечисленных рек самая длинная, самая короткая?
- на сколько Ориноко короче Амазонки?
- на сколько Нил длиннее Ганга?

171. Ящерица Киндзя приобрела на рынке фрукты трех сортов: пельсианы, рангаты и кабриосы. За всю покупку Киндзя заплатила 1780 юе. Определите стоимость экзотических фруктов каждого вида, если пельсианы и рангаты стоили вместе 1250 юе, а кабриосы и пельсианы — 1084 юе.



172. Укажите, какие из приведенных ниже вычислений выполнены правильно, а какие — нет и почему:

$$\begin{array}{r} \times 1342 \\ 432 \\ \hline 2684 \\ + 4026 \\ \hline 5368 \\ \hline 12078 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1342 \\ 432 \\ \hline 2684 \\ + 4026 \\ \hline 5368 \\ \hline 579744 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 7649 \\ 203 \\ \hline 22947 \\ + 15298 \\ \hline 175927 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 7649 \\ 203 \\ \hline 22947 \\ + 15298 \\ \hline 1552747 \end{array}$$

Вычислите, предварительно выполнив прикидку:

- 173.** а) $5243 \cdot 128$; в) $7051 \cdot 503$; д) $4503 \cdot 356$;
 б) $4359 \cdot 700$; г) $4506 \cdot 4110$; е) $474 \cdot 5006$.
- 174.** а) $20134 \cdot 3005$; в) $13150 \cdot 752$; д) $6520 \cdot 8000$;
 б) $70342 \cdot 201$; г) $456 \cdot 90012$; е) $5604 \cdot 705$.
- 175.** а) $46200 \cdot 2307$; в) $8230 \cdot 400$; д) $1035 \cdot 96$;
 б) $3465 \cdot 8012$; г) $7006 \cdot 3249$; е) $54 \cdot 9008$.

176. На футбольном матче присутствовали 15 936 человек. 2105 из них уплатили за вход по 125 р., 4731 — по 50 р., а остальные — по 35 р. Найдите сумму выручки от продажи билетов на этот матч.

177. Необходимо перевезти зерно от элеватора до мелькомбината. Железная дорога предоставила для этого 12 составов по 35 вагонов в каждом. Сколько тонн зерна перевезут на комбинат, если в каждый вагон помещается 46 000 кг зерна?

178. В Санкт-Петербурге часты наводнения. Однажды затопило подвал дома на набережной. Из подвала нужно было выкачать воду. Спасатели установили 5 больших и 3 малых насоса. Большой насос выкачивал за 1 ч 4537 л, а малый — 2120 л воды. Через 6 часов вся вода была выкачана. Сколько литров воды скопилось в подвале во время наводнения?

179. Ученику предложили увеличить число 257 в 17 раз, но он ошибся и увеличил его на 17. Определите разницу между требуемым и полученным числом. (Найдите 2 способа решения.)



180. Укажите, какие из приведенных ниже вычислений выполнены правильно, а какие — нет, и объясните свой ответ:

$$\begin{array}{r} 1) \quad \begin{array}{r} \underline{160740} \quad \underline{285} \\ \underline{1425} \quad 564 \\ \underline{1824} \\ \underline{1710} \\ \underline{1140} \\ \underline{1140} \\ 0 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \begin{array}{r} \underline{14028} \quad \underline{28} \\ \underline{140} \quad 51 \\ \underline{28} \\ \underline{28} \\ 0 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \begin{array}{r} \underline{92138} \quad \underline{46} \\ \underline{92} \quad 2003 \\ \underline{1} \\ \underline{13} \\ \underline{138} \\ \underline{138} \\ 0 \end{array} \end{array}$$

В заданиях № 181—182 перед выполнением вычислений сделайте прикидку.

181. а) $2898 : 23$; в) $69\,000 : 138$; д) $546\,455 : 91$;
б) $11\,040 : 345$; г) $37\,872 : 72$; е) $11\,774 : 58$.

182. а) $162\,648 : 54$; в) $166\,496 : 32$; д) $380\,665 : 95$;
б) $60\,625 : 125$; г) $17\,898 : 471$; е) $34\,349 : 49$.

183. Вычислите:

- а) $308 \cdot 37 - 29 \cdot 101 + 253 \cdot 9$;
б) $(3107 + 287) \cdot 43$;
в) $38\,027 \cdot 24 + 24\,508 - 2408 \cdot 356$;
г) $(10\,000 - 7875) \cdot (10 \cdot 201 - 1785)$.

184. В трейлер¹ погрузили коробки с мониторами общей массой 78 т 625 кг. Сколько мониторов погрузили в трейлер, если масса каждой коробки с монитором — 18 кг 500 г?

185. Ежедневный расход воды в нескольких домах составляет 1 025 550 л. Сколько литров воды в день приходится в среднем на одного человека, если всего в этих домах проживают 11 925 человек?

186. Магазин приобрел для продажи 30 зимних курток на сумму 72 000 р., а выручка от их продажи составила 93 600 р. На сколько рублей оптовая цена куртки меньше розничной?

187. Решите задачу и ответьте на вопросы.

Для составления смеси взяли по 1 кг печенья трех сортов. Цена печенья первого сорта — 78 р., второго — 43 р. и третьего — 35 р. за 1 кг. Какова цена 1 кг получившейся смеси?

1) Изменится ли стоимость смеси, если для нее взять по 2 кг печенья каждого сорта? Изменится ли ее цена? А если взять по полкилограмма?

2) Как изменится цена смеси, если к ней добавить 1 кг печенья третьего сорта? первого сорта?

188. 2 л сиропа стоимостью 88 р. смешали с 20 л родниковой воды по цене 2 р. 20 к. за 1 л. Найдите стоимость напитка и его цену.

189. Вычислите:

а) $(320 : 8 - 30) : 2 + (578 : 17 + 87) : 11$;

б) $(395 \cdot 52 - 603) \cdot 25 - 960 : 24$;

в) $395 \cdot 52 - 603 \cdot 25 - 960 : 24$;

г) $256 \cdot 407 - 33\,078 : 298$.

190. По обеим сторонам аллеи посадили по 30 лип и камелию так, что между каждыми двумя липами — по 2 куста камелии. Сколько кустов камелии посадили?

191. От поселка Левино до поселка Новопокровское можно доехать по шоссе, длина которого s км, а можно проехать по грунтовой дороге,

¹ Трейлер (англ. trailer, от trail — тащить) — прицеп, предназначенный, как правило, для перевозки тяжеловесных неделимых грузов. Грузоподъемность обычно до 100 т.

длина которой на 4 км меньше. По грунтовой дороге автомобиль едет со скоростью v км/ч, а по шоссе — со скоростью в 3 раза большей.

а) Что означают следующие выражения: $s - 4$; $3v$; $s : 3v$; $(s - 4) : v$? б) Что означает равенство $s : 3v = (s - 4) : v$?



192. Укажите начало отсчета и координаты точек A , B , C (рис. 34).

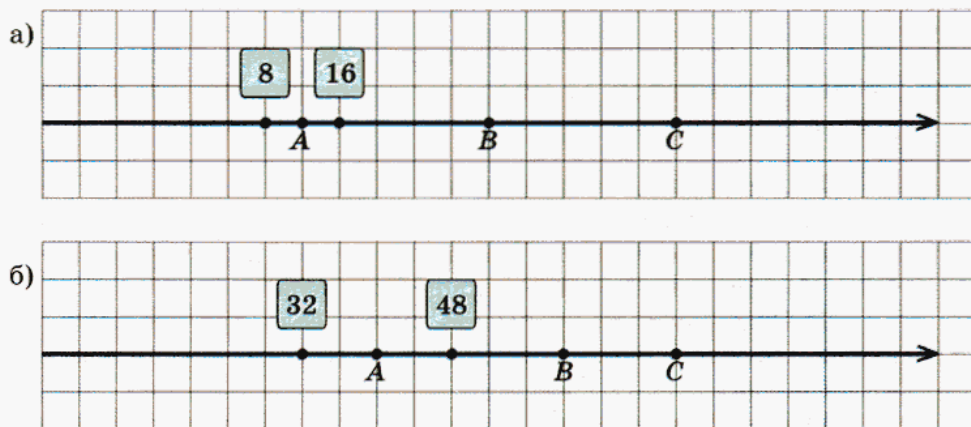


Рис. 34



193. Укажите при помощи стрелочки, где примерно находятся данные числа (рис. 35).

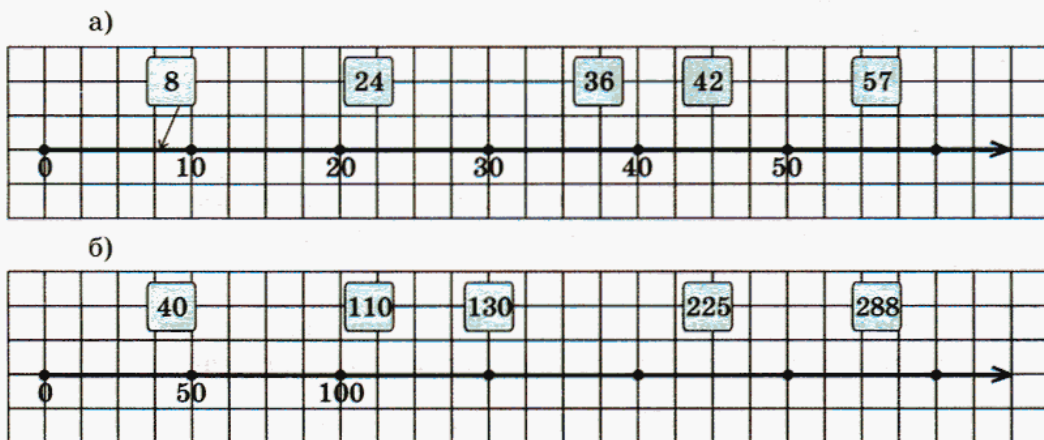


Рис. 35



Контрольные задания

Вычислите:

а) $4\,570\,852 + 64\,208$; в) $24\,042 \cdot 307$;

б) $6\,353\,054 - 738\,536$; г) $2835 : 27$.

§ 11.

ПРЯМОУГОЛЬНИК

Фигура, изображенная на рисунке 36, вам знакома. Это прямоугольник. Расскажите о прямоугольнике все, что знаете. В этом вам помогут следующие вопросы и задания:

- почему прямоугольник получил такое название?
- как «зовут» этот прямоугольник; можно ли сказать, что это **прямоугольник** $ABDC$, $DCBA$; сколькими способами можно назвать этот прямоугольник?
- что обозначено буквами a и b ?
- что такое периметр прямоугольника; как его найти?
- запишите выражение для периметра прямоугольника $ABCD$.
- что такое диагональ прямоугольника и есть ли она на рисунке?
- сколько диагоналей у прямоугольника?
- на какие фигуры диагональ разбивает прямоугольник?
- назовите диагональ, которая не изображена на рисунке.
- как найти площадь прямоугольника?
- запишите выражение для площади прямоугольника $ABCD$.
- запишите выражение для площади треугольника ABC .

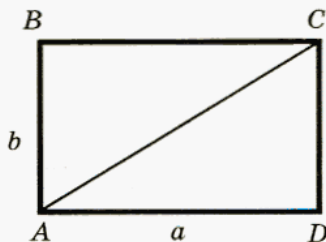


Рис. 36

Проверьте выражения, которые вы должны были составить:

периметр прямоугольника $ABCD$ — $2a + 2b$ или $2(a + b)$;площадь прямоугольника $ABCD$ — $a \cdot b$;площадь треугольника ABC — $(a \cdot b) : 2$.

Какие единицы площади вы знаете? Постарайтесь объяснить, что такое площадь. В этом вам поможет рисунок 37.

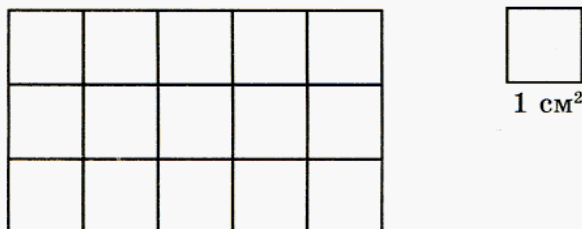


Рис. 37

Сравните свое объяснение с приведенным ниже.

Чтобы измерить площадь, надо выбрать единицу (меру) площади. За единицу площади принимают площадь квадрата со стороной, равной единице длины. *Площадь фигуры* — это число, которое показывает, сколько мер площади — квадратов со стороной, равной единице длины, — можно уложить внутри этой фигуры.



194. Запишите выражения для площадей и периметров фигур, изображенных на рисунке 38. Постарайтесь найти разные способы.

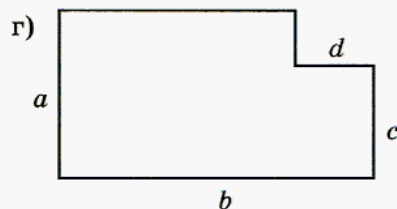
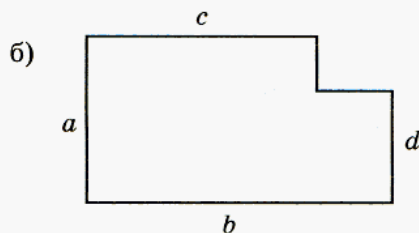
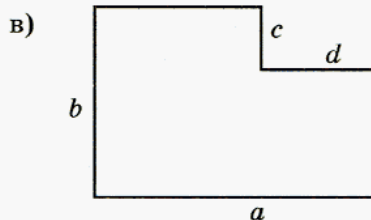
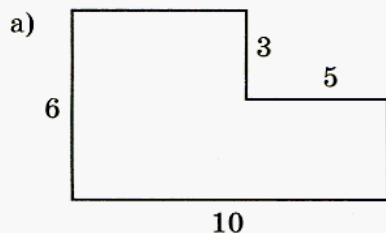


Рис. 38



195. Объясните, почему площадь каждой из закрашенных фигур равна 1 см^2 (рис. 39).

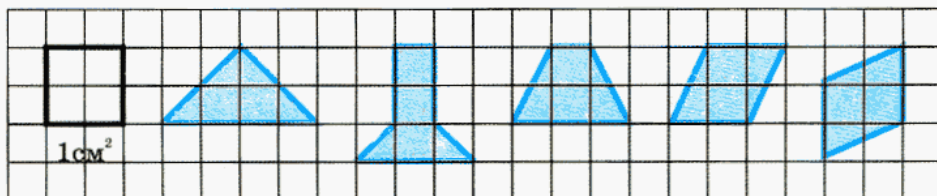


Рис. 39



196. Рассмотрите рисунок 40, выполните задания и ответьте на вопросы.

1) Найдите:

- равные прямоугольники;
- прямоугольники, имеющие одинаковую площадь;
- прямоугольники, имеющие одинаковый периметр.

2) Подумайте, можно ли утверждать, что:

- если прямоугольники имеют одинаковую площадь, то они равны;
- если прямоугольники имеют одинаковый периметр, то они равны;
- если два прямоугольника имеют одинаковую площадь, то их периметры равны;
- если один из двух прямоугольников имеет большую площадь, то он имеет и больший периметр;
- если площадь одного прямоугольника меньше площади другого, то первый прямоугольник можно полностью расположить внутри второго.

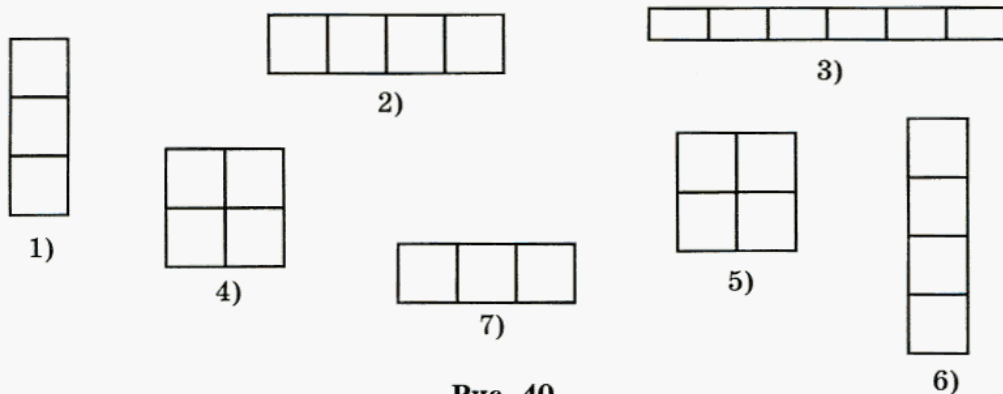


Рис. 40



197. 1) Сравните площади фигур, изображенных на рисунке 41. Есть ли среди изображенных фигур равные? Ответы обоснуйте.

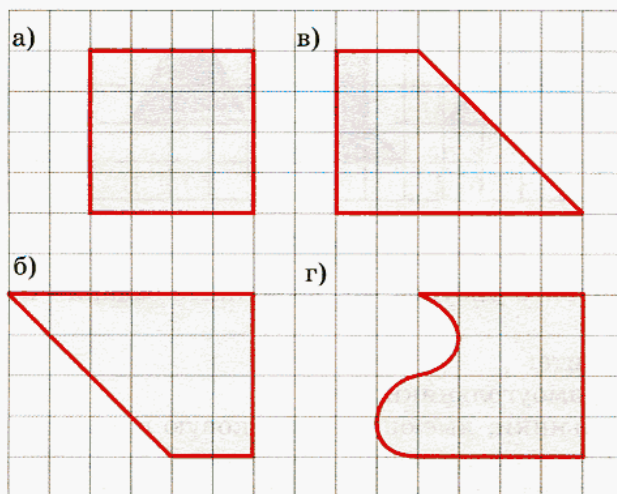


Рис. 41

2) Подумайте, какие из следующих утверждений (высказываний) истинны, а какие — ложны:

- равные фигуры имеют одинаковую площадь;
- фигуры, имеющие одинаковую площадь, равны;
- если фигуры не равны, то их площади тоже не равны;
- фигуры, имеющие разные площади, не могут быть равны.

3) На клетчатом листе бумаги изобразите две равные фигуры и две имеющие одинаковую площадь неравные фигуры.

При выполнении последнего задания использовалось понятие *равные фигуры*. Постарайтесь объяснить, какие фигуры считаются равными.

В случае затруднений вспомните, как мы сравнивали отрезки и в каких случаях отрезки считали равными.

Проверьте себя.

Фигуры равны, если при наложении их можно полностью совместить.



198. Догадайтесь, какова сторона квадрата, площадь которого равна:

- а) 25 см^2 ; б) 64 см^2 ; в) 100 см^2 ; г) 144 см^2 .



199. Каким может быть периметр прямоугольника площадью 100 см^2 ? Подумайте, какой из всех прямоугольников с такой площадью имеет наименьший периметр?

- 200.** Запишите все числа, которые на координатном луче удалены:
а) от числа 24 на 15 единичных отрезков;
б) от числа 78 на 159 единичных отрезков.

Следующие действия изобразите стрелками на координатном луче:

201. а) $7 + 15$; б) $45 - 24$; в) $30 - 12$; г) $99 + 31$.

202. а) $12 + 26 + 15$; б) $39 + 62 - 44$; в) $27 - 16 - 3$.

203. Вычислите:

- а) $(6568 - (8007 - 6999)) \cdot 1001$;
б) $(801 \cdot 601 + (10\,000 - 9876) \cdot 99) \cdot 40$;
в) $157\,464 : (14\,904 : 23)$;
г) $(97\,548 + 69\,432) : (16\,400 - 15\,388)$.



- 204.** а) 1000 л бензина стоят 8500 р. Определите стоимость 210 л бензина. Постарайтесь решить эту задачу, не переводя рубли в копейки.
б) Рабочий изготовил 10 деталей на своем станке за 52 ч 30 мин; станок-автомат изготовил 25 таких же деталей за 43 ч 45 мин. Во сколько раз автомат работал быстрее рабочего?



Контрольные задания

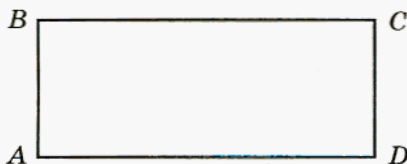


Рис. 42

1. Найдите площадь и периметр прямоугольника $ABCD$ (рис. 42).
2. Объясните, в каком случае фигуры являются равными.

§ 12.



ФОРМУЛЫ

В этом параграфе мы продолжим знакомство с математическим языком.

Каждый из вас без труда даст ответы на такие вопросы: «Как найти площадь прямоугольника, как найти его периметр? Как найти путь, если известны скорость и время движения?»



Ответы могут быть, например, такими: «Площадь прямоугольника равна произведению его длины на ширину. Периметр прямоугольника равен сумме длин его сторон. Путь — это произведение скорости на время движения».

Так мы отвечаем, пользуясь обычным разговорным языком. Раньше уже было сказано, что математический язык — это язык чертежей, букв, знаков действий и других символов. Ответы на поставленные выше вопросы можно дать пользуясь этими символами, или, как еще говорят, «математическим алфавитом».

Многие величины в математике имеют специальные обозначения: площадь принято обозначать буквой S , периметр — буквой P , а длины сторон прямоугольника — буквами a и b (рис. 43). Путь обозначается буквой s , скорость — буквой v и время — буквой t . Это позволяет ответы на поставленные выше вопросы записать на математическом языке, в виде равенств:

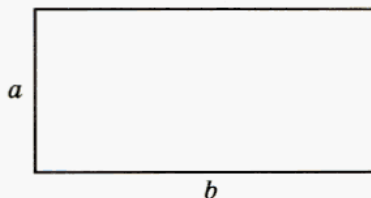


Рис. 43

Площадь прямоугольника равна произведению длин его сторон	$S = a \cdot b$
Периметр прямоугольника равен сумме длин его сторон	$P = a + a + b + b$, или $P = 2(a + b)$
Пройденный путь — это произведение скорости на время движения	$s = v \cdot t$

Проанализируйте предложения в левой части таблицы и скажите, что в них общего? Что общего в равенствах правой части таблицы?

Проверьте себя.

Во всех предложениях слева говорится о том, как найти некоторую величину, если известны значения других, необходимых для этого величин. Во всех равенствах записаны буквенные выражения.

Каждое равенство в таблице — это *правило* вычисления той или иной величины, записанное на математическом языке. Такие равенства, которые представляют собой запись правила вычисления значения какой-либо величины, называют **формулами**.



205. На рисунке 43 длины сторон прямоугольника обозначены буквами a и b . Используя формулы площади и периметра, найдите значения этих величин, если $a = 12$ см, $b = 18$ см.

Проверьте себя.

$$S = a \cdot b, \quad S = 12 \cdot 18, \quad S = 216 \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$P = 2(a + b), \quad P = 2 \cdot (12 + 18), \quad P = 60 \text{ (см)}.$$

206. Найдите площадь (S) прямоугольника со сторонами a и b , если:

а) $a = 25$ см, $b = 24$ см; в) $a = 61$ м, $b = 57$ м;

б) $a = 48$ см, $b = 125$ см; г) $a = 218$ м, $b = 105$ м.

207. Найдите периметр (P) прямоугольника со сторонами a и b , если:

а) $a = 12$ м, $b = 15$ м; в) $a = 78$ см, $b = 22$ см;

б) $a = 34$ м, $b = 25$ м; г) $a = 154$ см, $b = 146$ см.

208. Найдите путь (s), если:

а) $v = 15$ км/ч, $t = 4$ ч; в) $v = 90$ км/ч, $t = 3$ ч;

б) $v = 70$ км/ч, $t = 2$ ч; г) $v = 26$ км/ч, $t = 7$ ч.

209. Выполните сложение:

а) $2 \text{ т } 540 \text{ кг} + 380 \text{ кг} + 2 \text{ т } 702 \text{ кг}$;

б) $5 \text{ м } 30 \text{ см} + 14 \text{ м } 15 \text{ мм} + 13 \text{ м } 90 \text{ см } 5 \text{ мм}$;

в) $7 \text{ га } 17 \text{ а} + 65 \text{ а} + 4 \text{ га } 53 \text{ а}$;

г) $94 \text{ а } 25 \text{ м}^2 + 75 \text{ а } 47 \text{ м}^2 + 60 \text{ м}^2$.



210. Первое слагаемое равно 5460, второе — больше него на 545 десятков, третье — на 46 сотен больше второго, а четвертое — равно сумме первых трех слагаемых. Найдите сумму всех четырех слагаемых.



211. Сумма четырех слагаемых 2645; одно из них — наибольшее двузначное число, а другое — равно разности между наибольшим трехзначным и наибольшим двузначным числами. Третье — наименьшее трехзначное число. Найдите четвертое слагаемое.



Контрольные задания

1. Объясните, что такое формула.
2. Запишите: а) формулы площади и периметра прямоугольника; б) формулу пути.
3. Составьте формулу периметра треугольника.

§ 13.

ЗАКОНЫ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ

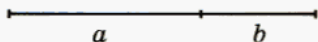


Рис. 44

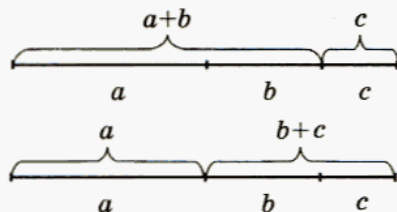


Рис. 45

Используя рисунок 44, объясните, почему справедливо равенство

$$a + b = b + a.$$

Это равенство выражает известное вам свойство сложения. Постарайтесь вспомнить какое.

Проверьте себя:

от перемены мест слагаемых сумма не меняется.

Это свойство — **переместительный закон сложения**.

Какое равенство можно записать по рисунку 45? Какое свойство сложения выражает это равенство?

Проверьте себя.

Из рисунка 45 следует, что $(a + b) + c = a + (b + c)$: *если к сумме двух слагаемых прибавить третье слагаемое, то получится то же число, что и от прибавления к первому слагаемому суммы второго и третьего слагаемых*. Вместо $(a + b) + c$, так же как и вместо $a + (b + c)$, можно писать просто $a + b + c$.

Это свойство — **сочетательный закон сложения**.

В математике законы арифметических действий записывают как в словесной форме, так и в виде равенств с использованием букв:

Законы сложения	Равенство	Словесная форма
Переместительный	$a + b = b + a$	От перемены мест слагаемых сумма не меняется
Сочетательный	$(a + b) + c = a + (b + c)$	Если к сумме двух слагаемых прибавить третье слагаемое, то получится то же число, что и от прибавления к первому слагаемому суммы второго и третьего слагаемых

Объясните, как, используя законы сложения, можно упростить следующие вычисления, и выполните их:

212. а) $48 + 56 + 52$; д) $25 + 65 + 75$;
 б) $34 + 17 + 83$; е) $35 + 17 + 65 + 33$;
 в) $56 + 24 + 38 + 62$; ж) $27 + 123 + 16 + 234$;
 г) $88 + 19 + 21 + 12$; з) $156 + 79 + 21 + 44$.



213. Используя рисунок 46, объясните, почему справедливо равенство $ab = ba$. Вы догадались, какой закон иллюстрирует это равенство? Можно ли утверждать, что для умножения справедливы те же законы, что и для сложения? Постарайтесь их сформулировать, а затем проверьте себя:

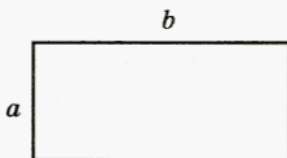


Рис. 46

Законы умножения	Равенство	Словесная форма
Переместительный	$ab = ba$	От перемены мест множителей произведение не меняется
Сочетательный	$(ab)c = a(bc)$	Если произведение двух множителей умножить на третий множитель, то получится то же число, что и от умножения первого множителя на произведение второго и третьего множителей

Используя законы умножения, значения следующих выражений вычислите устно:

214. а) $76 \cdot 5 \cdot 2$; в) $69 \cdot 125 \cdot 8$; д) $8 \cdot 941 \cdot 125$;
 б) $465 \cdot 25 \cdot 4$; г) $4 \cdot 213 \cdot 5 \cdot 5$; е) $2 \cdot 5 \cdot 126 \cdot 4 \cdot 25$.



215. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$ (рис. 47) двумя способами.

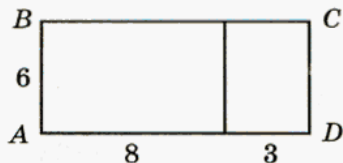


Рис. 47



216. Используя рисунок 48, объясните, почему справедливо равенство:

$$a(b + c) = ab + ac.$$

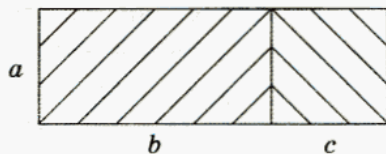


Рис. 48

Какое свойство арифметических действий оно выражает?

Проверьте себя.

Это равенство иллюстрирует следующее свойство: *при умножении числа на сумму можно умножить это число на каждое слагаемое и полученные результаты сложить.*

Можно это свойство сформулировать и по-другому: *сумму двух или нескольких произведений, содержащих одинаковый множитель, можно заменить произведением этого множителя на сумму остальных множителей.*

Это свойство еще один закон арифметических действий — **распределительный**. Как видим, словесная формулировка этого закона очень громоздкая, и математический язык — это то средство, которое делает ее краткой и понятной:

Закон арифметических действий	Формулировка с использованием математического языка	Словесная форма
Распределительный	Для любых чисел a, b, c справедливо равенство: $a(b + c) = ab + ac$	Не приводим

Подумайте, как устно выполнить вычисления в заданиях № 217—220, и выполните их.

217. а) $15 \cdot 13$; б) $26 \cdot 22$; в) $34 \cdot 12$; г) $27 \cdot 21$.

218. а) $44 \cdot 52$; б) $16 \cdot 42$; в) $35 \cdot 33$; г) $36 \cdot 26$.

219. а) $43 \cdot 16 + 43 \cdot 84$; д) $62 \cdot 16 + 38 \cdot 16$;
 б) $85 \cdot 47 + 53 \cdot 85$; е) $85 \cdot 44 + 44 \cdot 15$;
 в) $54 \cdot 60 + 460 \cdot 6$; ж) $240 \cdot 710 + 7100 \cdot 76$;
 г) $23 \cdot 320 + 230 \cdot 68$; з) $38 \cdot 5800 + 380 \cdot 520$.

220. а) $4 \cdot 63 + 4 \cdot 79 + 142 \cdot 6$; в) $17 \cdot 27 + 23 \cdot 17 + 50 \cdot 19$;
 б) $7 \cdot 125 + 3 \cdot 62 + 63 \cdot 3$; г) $38 \cdot 46 + 62 \cdot 46 + 100 \cdot 54$.



- 221.** Сделайте в тетради рисунок, подтверждающий равенство $a(b - c) = ab - ac$.

- 222.** Вычислите устно, применив распределительный закон:
а) $6 \cdot 28$; б) $18 \cdot 21$; в) $17 \cdot 63$; г) $19 \cdot 98$.

- 223.** Вычислите устно:
а) $34 \cdot 84 - 24 \cdot 84$; в) $51 \cdot 78 - 51 \cdot 58$;
б) $45 \cdot 40 - 40 \cdot 25$; г) $63 \cdot 7 - 7 \cdot 33$.



- 224.** Вычислите:
а) $560 \cdot 188 - 880 \cdot 56$; в) $490 \cdot 730 - 73 \cdot 900$;
б) $84 \cdot 670 - 640 \cdot 67$; г) $36 \cdot 3400 - 360 \cdot 140$.

Вычислите устно, используя известные вам приемы:

- 225.** а) $13 \cdot 5 + 71 \cdot 5$; в) $87 \cdot 5 - 23 \cdot 5$; д) $43 \cdot 25 + 25 \cdot 17$;
б) $58 \cdot 5 - 36 \cdot 5$; г) $48 \cdot 5 + 54 \cdot 5$; е) $25 \cdot 67 - 39 \cdot 25$.



- 226.** Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:
а) $258 \cdot (764 + 548)$ и $258 \cdot 764 + 258 \cdot 548$;
б) $751 \cdot (339 + 564)$ и $751 \cdot 340 + 751 \cdot 564$;
в) $532 \cdot (618 - 436)$ и $532 \cdot 618 - 532 \cdot 436$;
г) $496 \cdot (862 - 715)$ и $496 \cdot 860 - 496 \cdot 715$.

- 227.** Заполните таблицу:

c	30	38	43	59	72
d	15	22	26	41	53
$3(c - d)$					
$3c - 3d$					

Надо ли было производить вычисления, чтобы заполнить вторую строчку?

228. Как изменится данное произведение, если множители изменить следующим образом:

16 · 32	
1-й множитель	2-й множитель
+2	
	-3

81 · 42	
1-й множитель	2-й множитель
+2	
	-1

229. Запишите, какие натуральные числа расположены на координатном луче:

- а) левее числа 7;
- б) между числами 128 и 132;
- в) между числами 2895 и 2901;
- г) правее числа 487, но левее числа 493.

230. Вставьте знаки действий, чтобы получилось верное равенство:

- а) $40 + 15 ? 17 = 72$; в) $40 ? 15 ? 17 = 8$;
- б) $40 ? 15 ? 17 = 42$; г) $120 ? 60 ? 60 = 0$.



231. В одной коробке носки голубые, а в другой — белые. Голубых носков на 20 пар больше, чем белых, а всего в двух коробках 84 пары носков. Сколько пар носков каждого цвета?



232. В магазине имеется крупа трех видов: гречка, перловка и рис, всего 580 кг. Если бы продали 44 кг гречки, 18 кг перловки и 29 кг риса, то масса круп всех видов стала бы одинаковой. Сколько килограммов крупы каждого вида имеется в магазине?



Контрольные задания

- Запишите равенства, выражающие законы арифметических действий.
- Вычислите устно:
 - а) $73 + 36 + 27$; б) $2 \cdot 67 \cdot 50$; в) $17 \cdot 68 + 17 \cdot 32$.

§ 14.

УРАВНЕНИЯ

Изучая предыдущие параграфы, мы узнали, какое равенство называют формулой, как в виде равенств можно записать законы арифметических действий. Продолжим наше знакомство с равенствами.

Возможно, вы помните, что такое *уравнение* — так называют равенство, из которого находят неизвестную величину, обозначенную, как правило, буквой латинского алфавита. Найти эту неизвестную величину — значит *решить уравнение*.

Решите уравнение:

233. а) $5 + x = 5$; б) $y + 15 = 15$; в) $x - 4 = 0$; г) $28 - a = 28$.

234. а) $12 \cdot y = 12$; б) $n \cdot 8 = 8$; в) $m : 43 = 1$; г) $24 : x = 24$.



235. Решите уравнение:

а) $7 \cdot x = 21$; б) $y \cdot 4 = 32$; в) $y \cdot 0 = 15$; г) $0 \cdot x = 0$.

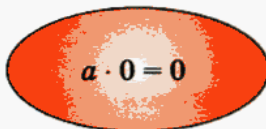
Проверьте себя.

Решая первые два уравнения, мы находим неизвестную величину, выполняя деление произведения на известный множитель:

а) $7 \cdot x = 21$, $x = 21 : 7$, $x = 3$;

б) $y \cdot 4 = 32$; $y = 32 : 4$, $y = 8$.

Если мы захотим таким же способом решить остальные уравнения, то придем к необходимости деления на нуль. Но **на нуль делить нельзя**. В самом деле, рассмотрим третье уравнение: $y \cdot 0 = 15$. Результат деления 15 на 0 должен быть числом, произведение которого на 0 равно 15. Но произведение любого числа на нуль равно нулю. Значит, такого числа не существует, а деление на нуль не имеет смысла.



Следующее уравнение: $0 \cdot x = 0$. Мы знаем, что такое равенство справедливо при любых значениях x . Это говорит о том, что и нуль нельзя делить на нуль. В самом деле, из того, что равенство $0 \cdot x = 0$ справедливо при всех значениях x , следует, что результат деления

нуля на ноль может быть любым числом. Чтобы не было такой неопределенности, математики договорились, что на ноль делить нельзя.

236. а) $a = 7$ см, $b = 12$ см. Найдите S .

б) $S = 48$ см², $a = 12$ см. Найдите b .

в) $S = 144$ см², $b = 12$ см. Найдите a .

г) $S = 120$ см², $a = 8$ см. Найдите P (периметр).

 a

$$S = a \cdot b$$

 b

237. Решите уравнение:

а) $56 = 7 \cdot t$;

в) $s : 34 = 306$;

б) $204 = v \cdot 12$;

г) $125 : t = 25$.

238. Вставьте знаки действий, чтобы получилось верное равенство:

а) $4 ? 12 ? 2 = 24$;

в) $60 ? 5 - 4 ? 3 = 0$;

б) $25 ? 4 - 18 ? 2 = 64$;

г) $45 ? 15 + 17 ? 3 = 54$.

239. Вставьте вместо знака ? знак действия, а вместо $\square$ число, чтобы получилось верное равенство:

а) $60 - \square ? 45 = 45$;

в) $320 ? 48 ? \square = 320$;

б) $98 ? \square ? 33 = 0$;

г) $0 ? \square ? \square = 0$.



240. В булочную завезли хлеб трех сортов: одинаковое количество батонов каждого сорта. Когда было продано по 30 батонов каждого сорта, то всего батонов осталось столько, сколько батонов одного сорта было завезено первоначально. Сколько всего батонов было завезено в булочную?



241. На земельном участке площадью 204 а выращивают картофель и капусту, причем площадь, занятая под картофель, в 5 раз больше площади, занятой капустой. Определите площади, занятые каждой из этих культур.



Контрольные задания

1. Укажите, из какого равенства можно найти неизвестную величину:

а) $15 \cdot x = 45$; б) $7 \cdot 8 = 56$.

2. Решите уравнение:

а) $3 \cdot x = 6$; б) $24 : x = 6$; в) $x : 7 = 3$.

§15.

УПРОЩЕНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ

Вычислите:

242. а) $23 \cdot 15 + 15 \cdot 77$;

б) $67 \cdot 58 + 33 \cdot 58$;

в) $340 \cdot 7 + 16 \cdot 70$;

г) $250 \cdot 61 - 25 \cdot 390$;

д) $79 \cdot 21 - 69 \cdot 21$;

е) $55 \cdot 682 - 45 \cdot 682$;

ж) $7300 \cdot 3 + 730 \cdot 70$;

з) $500 \cdot 38 - 50 \cdot 80$.



243. Выполните задания по данным условиям:

На столе стоят три вазы с гвоздиками. В первой вазе x гвоздик, во второй — в 2 раза больше, а в третьей — в 3 раза больше, чем в первой.

Цена детского велосипеда — y р. Горный велосипед в 8 раз, а спортивный — в 5 раз дороже детского.



Запишите выражения для следующих величин:

число гвоздик во второй вазе;
число гвоздик в третьей вазе;
число гвоздик во второй и третьей вазах вместе.

цена горного велосипеда;
цена спортивного велосипеда;
на сколько горный велосипед дороже спортивного.

Проверьте, получились ли при решении последних двух задач следующие выражения:

число гвоздик во второй вазе — $2x$;
число гвоздик в третьей вазе — $3x$;
число гвоздик во второй и третьей вазах вместе — $2x + 3x$;

цена горного велосипеда — $8y$;
цена спортивного велосипеда — $5y$;
на сколько горный велосипед дороже спортивного — $8y - 5y$.

Преобразуйте выражение $2x + 3x$, используя распределительный закон. Проверьте себя: $2x + 3x = 2 \cdot x + 3 \cdot x = (2 + 3) \cdot x = 5 \cdot x = 5x$.

Таким образом, $2x + 3x = 5x$. Выражение $2x + 3x$ мы записали в более простом виде $5x$, или, как говорят математики, *упростили*. Такие преобразования, в результате которых получается более простое выражение, называют *упрощением выражений*. Как правило, упрощенное выражение содержит меньшее количество действий.

Рассмотрим выражение $3y$. Это произведение числа 3 и буквы y . Говорят, что число 3 — это **числовой множитель**, а буква y — **буквенный множитель**. Числовой множитель в таких выражениях обычно называют **коэффициентом**. Так, в выражении $3y$ число 3 — коэффициент при y .

Упрощая выражение $2x + 3x$, мы сложили коэффициенты 2 и 3, а буквенный множитель x оставили без изменения.

Подумайте, как, используя распределительный закон, упростить выражение $8y - 5y$.

Проверьте себя: $8y - 5y = 8 \cdot y - 5 \cdot y = (8 - 5) \cdot y = 3 \cdot y = 3y$.

Обычно промежуточные записи между первым и последним выражениями не делают, а просто пишут: $8y - 5y = 3y$. Здесь, так же как и при сложении, действия выполняются только над коэффициентами, а буквенный множитель остается без изменения.

Упростите, если возможно, выражение:

244. а) $17m + 5m$; в) $6a - a$; д) $9c + 4c - 6c$;
б) $24b + 7a - 5a$; г) $y - 8$; е) $5 + 12n - 2n$.



245. Какие законы арифметических действий использовались при упрощении выражений:

- 1) $15 \cdot 3a = (15 \cdot 3) \cdot a = 45a$; 2) $5a \cdot 6b = 5 \cdot 6 \cdot a \cdot b = 30ab$.

Упростите выражение:

246. а) $15a \cdot 4$; в) $17a \cdot 5b$; д) $c \cdot 18 \cdot d \cdot 3$;
б) $3b \cdot 12$; г) $11a \cdot 7b$; е) $x \cdot 9 \cdot 4 \cdot y$.



247. Упростите выражение и найдите его значение:

- а) $5x + 8x$ при $x = 13$; в) $9a + 7a$ при $a = 16$;
б) $12y - 6y$ при $y = 6$; г) $18b - 7b$ при $b = 11$.



248. Найдите значение выражения:

- а) $39x - 5x - 4x + 28$ при $x = 3$; $x = 5$;
б) $28y - 18y + 6y$ при $y = 1$; $y = 2$;
в) $12 + 15a + 24a + 5a$ при $a = 0$; $a = 3$;
г) $26 + 14b - 4b$ при $b = 4$; $b = 10$.

Решите уравнение:



249. а) $15x - 8x = 21$; д) $3x - x = 12$;
б) $2x + 4x = 30$; е) $x + 8x = 72$;
в) $4y + 2y - y = 20$; ж) $9x + x - 9x = 5$;
г) $7y + y - 2y = 24$; з) $4x + 3x - 7x = 6$.



250. 1) Какие из следующих выражений можно упростить, используя законы арифметических действий:

$$15x + 4y, \quad 8a - 4b, \quad 6n + 6m?$$

2) Проверьте свои рассуждения.

а) Слагаемые в первом выражении не имеют одинаковых множителей, поэтому использовать распределительный закон для его преобразования невозможно, а использование других законов не позволяет сделать это выражение проще.

б) Второе выражение можно преобразовать следующим образом:

$$8a - 4b = 4 \cdot 2a - 4 \cdot b = 4 \cdot (2a - b).$$

Здесь, используя распределительный закон, мы **вынесли за скобки общий множитель**. Но сказать, что это выражение стало проще, нельзя, так как и исходное и последнее выражения содержат по три арифметических действия.

в) В третьем выражении можно вынести за скобки число 6 — общий множитель: $6n + 6m = 6 \cdot (n + m)$. При этом исходное выражение содержит три арифметических действия, а получившееся — только два, поэтому мы можем считать, что исходное выражение нам удалось упростить.



Вынесите общий множитель за скобки там, где это возможно:

251. а) $5a + 10b$; б) $8x - 16y$; в) $27p + 9q$; г) $26m - 15n$.



252. а) $22e - 33f + 44$; в) $12m + 24n + 18$;
б) $7c + 21d + 7$; г) $45m + 15n - 30$.



253. Расстояние в 24 км по течению реки катер преодолевает за 2 ч. Найдите скорость течения, если то же расстояние по озеру он может преодолеть за 3 ч.



254. При движении против течения, скорость которого 1 км/ч, расстояние 119 км теплоход проходит за 7 ч. Какое расстояние за то же время он пройдет, двигаясь по течению? Постарайтесь решить эту задачу, не находя скорость теплохода.



255. Используя рисунок 49, найдите массу тыквы:

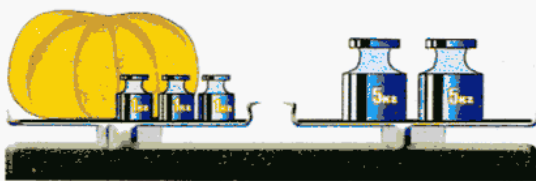


Рис. 49



256. а) Моторная лодка шла по течению реки со скоростью 16 км/ч, а против течения — со скоростью 14 км/ч. Найдите скорость течения реки.

б) Измените данные задачи так, чтобы в ответе получить скорость течения реки, равную 500 м/ч.



257. Расстояние между городами, расположенными на берегах одной и той же реки, равно 720 км. Теплоход, двигаясь по течению, преодолевает это расстояние за 36 ч, а двигаясь против течения — за 45 ч. Найдите собственную скорость теплохода.



258. Вставьте вместо знака ? знак умножения или деления, вместо $\square$ — число, чтобы получить верное равенство:

а) $36 + 15 ? 3 - \square = 80$;

в) $\square ? 6 + \square ? 9 = 150$;

б) $36 ? 9 ? \square = 80$;

г) $8 ? \square ? \square = 0$.



259. Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

а) $523 \cdot (764 + 956)$ и $523 \cdot 762 + 523 \cdot 958$;

б) $359 \cdot (764 - 547)$ и $359 \cdot 766 - 359 \cdot 549$;

в) $756 \cdot (459 - 327)$ и $756 \cdot 449 - 756 \cdot 317$;

г) $312 \cdot (245 + 768)$ и $312 \cdot 235 + 312 \cdot 778$.



Контрольные задания

1. Упростите выражение:

а) $4m + 5m + 8$; б) $3 \cdot 7x$.

2. Упростите выражение $13y - 7y + 2$ и найдите его значение при $y = 4$.

3. Решите уравнение: $6x + 3x = 27$.

§ 16.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЯЗЫК

Мы уже говорили о том, что такое математический язык. На этом языке говорят и пишут при помощи своего особого алфавита. Только не подумайте, что имеется в виду латинский алфавит. Конечно, буквы латинского алфавита в математике используются, но это только часть математического алфавита, потому что для математических записей используются еще и цифры, знаки действий и много других символов, с которыми вы пока еще не знакомы. Изучать математический алфавит и учиться писать слова и предложения на математическом языке вы будете в течение всего времени учебы в школе и после школы, какую бы специальность вы ни выбрали.

Возможно, вам знакомы такие стихи:



У меня растут года,

Будет мне 17,



Где работать мне тогда,

Чем заниматься?



Так вот, чем бы вы ни занимались, без знания математики и математического языка не обойтись.

Вы уже знакомы с такими понятиями, как «числовое выражение» и «буквенное выражение». Составляя эти выражения, мы записываем «слова» на математическом языке. А когда мы связываем эти выражения знаками $=$, $\neq$, $>$ или $<$, то получаются «предложения». Очень важно уметь читать эти слова и предложения, т. е. «переводить» математические записи на обычный язык и наоборот.



260. Переведите на обычный язык:

- 1) $(a + b) \cdot 5$; 3) $5 + a \cdot b$;
2) $10 : (a - b)$; 4) $3a - b$.

Проверьте себя.

1) $(a + b) \cdot 5$	произведение суммы чисел a и b и числа 5
2) $10 : (a - b)$	частное числа 10 и разности чисел a и b
3) $5 + a \cdot b$	сумма числа 5 и произведения чисел a и b
4) $3a - b$	разность утроенного числа a и числа b

Обратите внимание: чтение выражения начинается с последнего выполняемого действия.



261. Переведите на обычный язык:

- 1) $(a + b) \cdot 5 = 15$; 3) $5 + a \cdot b < 7$;
2) $10 : (a - b) > 2$; 4) $3a - b \neq 3$.

Проверьте себя.

1) $(a + b) \cdot 5 = 15$	произведение суммы чисел a и b и числа 5 равно пятнадцати
2) $10 : (a - b) > 2$	частное числа 10 и разности чисел a и b больше двух
3) $5 + a \cdot b < 7$	сумма числа 5 и произведения чисел a и b меньше семи
4) $3a - b \neq 3$	разность утроенного числа a и числа b не равна трем



262. Запишите на математическом языке такие «слова»:

- 1) сумма первых четырех натуральных чисел;
2) произведение первых четырех натуральных чисел;
3) частное наибольшего двузначного и наибольшего однозначного чисел;

4) разность наименьшего трехзначного и наименьшего двузначного чисел.

Проверьте себя.

1) $1 + 2 + 3 + 4$;

3) $99 : 9$;

2) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$;

4) $100 - 10$.



263. Запишите на математическом языке предложения:

1) сумма первых четырех натуральных чисел равна десяти;

2) произведение первых четырех натуральных чисел равно двадцати четырем;

3) частное наибольшего двузначного и наибольшего однозначного чисел равно одиннадцати;

4) разность наименьшего трехзначного и наименьшего двузначного чисел равна девяноста.

Проверьте себя.

1) $1 + 2 + 3 + 4 = 10$;

3) $99 : 9 = 11$;

2) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$;

4) $100 - 10 = 90$.

264. Цена хризантемы — a р. за один цветок, а цена одной розы — на 30 р. больше. Запишите на математическом языке:

а) цену розы;

б) стоимость пяти хризантем;

в) стоимость трех роз;

г) стоимость букета из пяти хризантем и трех роз.

265. Цена слив — x р. за 1 кг, а алыча стоит на 7 р. дешевле. Запишите на математическом языке:

а) цену алычи;

б) стоимость двух килограммов слив;

в) стоимость шести килограммов алычи;

г) стоимость двух килограммов слив и шести килограммов алычи вместе.

Не забывайте упрощать выражения там, где это возможно.

266. Цена хризантемы — a р. за один цветок, а цена одной розы — на 30 р. больше. Запишите на математическом языке:

а) букет из пяти хризантем и трех роз стоит 250 р.;

б) три розы дороже пяти хризантем на 50 р.;

в) стоимость букета из семи хризантем меньше трехсот рублей;

г) стоимость букета из семи роз больше трехсот рублей.

267. Цена слив — x р. за 1 кг, а алыча стоит на 7 р. дешевле. Запишите на математическом языке:

- а) за 2 кг слив и 6 кг алычи заплатили 54 р.;
- б) за 6 кг алычи заплатили на 6 р. больше, чем за 2 кг слив;
- в) стоимость двух килограммов слив больше двадцати рублей;
- г) стоимость шести килограммов алычи меньше сорока рублей.

268. Ученик каменщика укладывает за 1 час n кирпичей, а каменщик за это же время — в 5 раз больше. Запишите на математическом языке:

- а) за 3 ч каменщик и его ученик уложили 360 кирпичей;
- б) ученик работал 3 ч, а каменщик — 6 ч, и за это время каменщик уложил на 540 кирпичей больше, чем его ученик;
- в) число кирпичей, которые уложил каменщик за 3 ч, меньше 350;
- г) число кирпичей, которые уложил ученик за 3 ч, больше 50.

269. Средняя скорость автомобиля на трассе — v км/ч, а на проселочной дороге — в 3 раза меньше. Запишите на математическом языке:

- а) за 2 ч езды по трассе и 4 ч по проселочной дороге автомобиль проехал 260 километров;
- б) за 2 ч езды по трассе автомобиль проехал на 60 км больше, чем за 4 ч по проселочной дороге;
- в) за 2 ч езды по трассе автомобиль проехал более 120 км;
- г) за 4 ч езды по проселочной дороге автомобиль проехал менее 150 км.

270. Вычислите:

- а) $240 : 8 - 30 : 2 + 561 : 17 + 66 : 11$;
- б) $47\,027 \cdot 24 + 31\,352 - 2408 \cdot 356$;
- в) $(240 : 8 - 30) : 2 + (561 : 17 + 66) : 11$;
- г) $140\,013 - 25 \cdot 3571 - 119 \cdot 309$.



271. Масса бочонка с маслом — 48 кг 300 г. Масса пустого бочонка — 5 кг 700 г. Определите массу масла в четырех таких бочонках.



272. Поле в 60 а 48 человек могут прополоть за неделю. Какую площадь смогут прополоть за это же время 36 человек (при одинаковой производительности)?



Контрольные задания

1. В классе x мальчиков, а девочек — на 3 меньше. Запишите на математическом языке:
 - а) число девочек в классе;
 - б) число всех учащихся класса;
 - в) число всех учащихся в классе — 28 человек.
2. Переведите на обычный язык:
 - а) $3(x + y)$;
 - б) $(x - y) \cdot 10$;
 - в) $30 : x$;
 - г) $y : 12$;
 - д) $2x + 3y$.

§ 17.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В задачах № 273 и 274 решение запишите в виде числового выражения и найдите его значение. Сравните полученные результаты.



273. Расстояние 180 км легковой автомобиль может преодолеть за 2 ч, а грузовому автомобилю на то же расстояние требуется 3 ч. Через какое время они смогут встретиться, если выедут навстречу друг другу из пунктов, расстояние между которыми 300 км?



274. Одной бригаде трактористов, чтобы вспахать 180 а, требуется 2 дня, а другой — 3 дня. За какое время эти бригады смогут вспахать 300 а, работая одновременно?

Для решения двух задач требуется найти значение одного и того же числового выражения: $300 : (180 : 2 + 180 : 3)$. Но это не является для нас чем-то новым и необычным. Мы уже сталкивались с тем, что на математическом языке различные с точки зрения обыденной жизни ситуации описываются совершенно одинаково.

Выражение, полученное в процессе решения, — это *математическая модель* реальной жизненной ситуации, о которой говорится в задаче. В первой задаче рассматривается встречное движение, во второй — совместная работа, и обе эти ситуации описываются одинаковыми математическими моделями.

Выполняя задания предыдущего пункта по «переводу» обычной речи на математический язык, мы каждый раз *составляли математическую модель данной ситуации*. Однако важно не только уметь



составлять математические модели, но и выполнять обратную работу — понимать, какую ситуацию (или обстоятельства) описывает данная модель.

Рассмотрите таблицу. Постарайтесь разобраться в том, как она составлена.

Данные	Математическая модель	Расшифровка
В вазе a апельсинов и b бананов	$a + b = 30$	Всего в вазе 30 штук фруктов
	$a = 2b$	Апельсинов в 2 раза больше, чем бананов
	$a = b + 10$	Апельсинов на 10 больше, чем бананов

Проверьте себя.

В первом столбце описаны некоторые обстоятельства. Во втором — дана математическая модель, составленная с учетом этих обстоятельств и некоторой новой информации. В третьем — расшифровка модели, опирающаяся на то, каким образом связаны данные величины.

275. Расшифруйте данные математические модели в соответствии с каждой из данных ситуаций.

Данные	Математическая модель
В стаде a овец и b коров	1) $a + b = 30$
Турист a км прошел пешком и b км проплыл на плоту	2) $a = 3b$
За конфеты заплатили a рублей, а за печенье — b рублей	3) $a = b + 15$
	4) $a - b = 17$
В классе a девочек и b мальчиков	5) $a : 5 = b$



276. а) Придумайте ситуации, связанные с движением по суше, которые описывались бы следующими математическими моделями: $2 \cdot 94 + 17$; $45 : (18 : 3 + 18 : 2)$.

б) Придумайте ситуации, связанные с движением по реке, которые описывались бы следующими математическими моделями: $75 : (23 + 2)$; $64 : (19 - 3)$.

277. Вычислите:

а) $(42 \cdot 124 + 2430) : 38 \cdot 202 - (3008 : 94 + 527 \cdot 8) : 72$;

б) $(64 \cdot 125 + 128 \cdot 75) : 800 \cdot 5000 - (300 \cdot 400 + 5107 \cdot 800) : 70$.



278. а) Заводчик шарпеев сделал запас корма на 14 дней. На сколько дней хватит корма другому заводчику, у которого собак в 4 раза меньше, запас корма в 8 раз больше, а аппетит у всех собак одинаковый?



б) На восьми одинаковых грядках посажен лук-севок. Если бы на каждую грядку посадили на 22 луковики больше, то всего было бы посажено 1024 головки лука. Сколько луковиц посадили на каждую грядку?



Контрольные задания

1. Расшифруйте математическую модель в соответствии с данной ситуацией:

Данные	Математическая модель
В столовой a столов и b стульев.	1) $b = 4a$ 2) $b = a + 30$

§ 18.

ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ



279. За 4 ч гоночный автомобиль преодолел расстояние 497 км. Какова скорость этого автомобиля?

Проверьте себя.

Чтобы ответить на вопрос задачи, надо длину пути разделить на время:

$$\begin{array}{r} 497 \overline{) 4} \\ \underline{4} 124 \\ 9 \\ \underline{8} \\ 17 \\ \underline{16} \\ 1 \end{array}$$



Однако 497 не делится на 4. В таких случаях говорят, что выполнено деление с остатком, и решение записывают в таком виде:

$$497 : 4 = 124 (1 \text{ остаток}).$$

Компоненты деления в левой части равенства называют так же, как при делении без остатка: 497 — *делимое*, 4 — *делитель*. Результат деления при делении с остатком называют **неполным частным**. В нашем случае это число 124. И, наконец, последний компонент, которого нет в обычном делении, — **остаток**.

В тех случаях, когда остатка нет, говорят, что одно число разделилось на другое без остатка или **нацело**. Считают, что при таком делении остаток равен нулю.

В нашем случае остаток равен 1. Это значит, что автомобиль ехал со скоростью немного большей, чем 124 км/ч. Можно сказать, что скорость автомобиля приближенно равна 124 км/ч.



280. Какие остатки могут получиться при делении на 4? Сравните их с делителем.

Проверьте себя: при делении на 4 в остатке могут быть получены числа 3, 2, 1, 0.

Остаток всегда меньше делителя.

Вы умеете выполнять проверку при делении нацело. Если, например, имеется равенство $64 : 32 = 2$, то проверку вы делаете так: $64 = 32 \cdot 2$. Подумайте, как сделать проверку в случае деления с остатком.



281. 1) Проверьте, правильно ли выполнены вычисления:

а) $378 : 7 = 54$; б) $382 : 7 = 54$ (4 ост.).

2) Сравните свои рассуждения с такими:

Если вычисления выполнены правильно, то должно быть верным равенство:

а) $378 = 7 \cdot 54$; б) $382 = 7 \cdot 54 + 4$. Выполнив действия, убеждаемся, что вычисления были выполнены верно.

В равенстве $382 = 7 \cdot 54 + 4$ укажите делимое, делитель, неполное частное и остаток.

282. Решите задачу и выполните проверку.

Аня живет в доме с одним подъездом в квартире № 29. На каком этаже живет Аня, если на каждом этаже по 6 квартир?



283. 1) Запишите в виде равенства:

а) при делении числа a на число b получили в неполном частном 5 и в остатке 3;

б) при делении числа a на число b получили в неполном частном n и в остатке 3;

в) при делении числа a на число b получили в неполном частном n и в остатке r .

2) В каждом случае укажите делимое, делитель, неполное частное, остаток и запишите, как выполнить проверку.



284. Выполните действия и выразите делимое через неполное частное, делитель и остаток в виде равенства $a = b \cdot n + r$, где a — делимое, b — делитель, n — неполное частное, r — остаток:

1) $75 : 9$; 2) $48 : 17$; 3) $412 : 400$; 4) $370 : 185$.

Часто в случаях, когда выполняется деление с остатком, удобно использовать равенство

$$a = b \cdot n + r,$$

где a — делимое, b — делитель, n — неполное частное, r — остаток.

285. После проверки правильности выполнения деления с остатком были получены равенства:

а) $41 = 9 \cdot 4 + 5$; в) $45 = 8 \cdot 5 + 5$;

б) $25 = 3 \cdot 7 + 4$; г) $29 = 9 \cdot 3 + 2$.

Определите делитель и неполное частное.

286. Найдите делимое, если:

а) делитель равен 8, неполное частное — 7 и остаток — 3;

б) делитель равен 12, неполное частное — 7 и остаток — 2.



287. Инна живет в квартире № 51. В ее доме 5 этажей, по 4 квартиры на каждом этаже. В каком подъезде и на каком этаже живет Инна?



288. Женя живет в двенадцатиэтажном доме в квартире № 229. В каком подъезде и на каком этаже он живет, если в его доме на каждом этаже находится по 3 квартиры?

289. Надя живет в семнадцатиэтажном доме в квартире № 219. В ее подъезде находятся квартиры с № 205 по № 272. На каком этаже живет Надя?



290. а) Назовите двузначное число, которое при делении на 10 дает в остатке 6.

Сколько всего таких двузначных чисел?

б) Назовите трехзначное число, которое при делении на 10 дает в остатке 6.

Сколько таких трехзначных чисел?



291. Какие остатки могут получиться при делении на 7; на 9; на 19? Существует ли число, которое при делении на 10 дает в остатке 12?



292. 1) Числа, которые делятся на 2 без остатка, называют **четными**, а все остальные — **нечетными**. Какой остаток дают при делении на 2 нечетные числа?

2) $a = 2n$, $b = 2m + 1$. Определите, какое из чисел a и b четное, а какое — нечетное. Обоснуйте ответ.



293. 1) Укажите два двузначных числа, одно из которых при делении на 10 дает в остатке 3, а другое — 5. Найдите остаток от деления на 10 суммы этих чисел.

2) Укажите двузначное число, которое при делении на 10 дает в остатке 3, и трехзначное число, которое при делении на 10 дает в остатке 5. Найдите остаток от деления на 10 суммы этих чисел.

3) Возьмите два каких-нибудь числа, одно из которых при делении на 10 дает в остатке 3, а другое — 5. Найдите остаток от деления на 10 суммы этих чисел.

4) Проанализируйте результаты заданий 1—3. Что вы заметили?

5) Назовите два числа, одно из которых при делении на 10 дает в остатке 3, а другое — 9. Как вы думаете, чему будет равен остаток от деления на 10 суммы этих чисел? Проверьте свое предположение вычислением.

6) Не производя вычислений, определите остаток от деления на 10 суммы: $11 + 16$; $25 + 117$; $216 + 5414$. Проверьте себя.



294. Первое число при делении на 10 дает в остатке 9, а второе — 3. Чему равен остаток от деления на 10 разности первого и второго чисел? Проверьте свой ответ, используя числа 359 и 243.



295. Найдите наибольшее двузначное и наименьшее трехзначное числа, которые делятся на 3 без остатка. Запишите формулу, по которой можно найти любое число, которое делится на 3 нацело.



296. Напишите два двузначных и два трехзначных числа, которые при делении на 3 дают в остатке 1. Запишите формулу, по которой можно найти любое число, дающее при делении на 3 остаток 1.



297. За какое время велосипедист, который едет со скоростью 14 км/ч, преодолеет 35 км?



298. Цена сахара — 16 р. за 1 кг. Сколько сахара можно купить на 56 р.?



299. За 1 ч улитка успевает проползти 3 м. Сколько ей потребуется времени, чтобы преодолеть 10 м? 11 м?



Контрольные задания

1. Назовите компоненты деления с остатком.
2. Выполните деление: $287 : 24$. Укажите неполное частное и остаток.
3. В равенстве $29 = 8 \cdot 3 + 5$ укажите делимое, делитель, неполное частное и остаток.

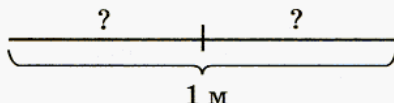
§ 19.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

Дробь как результат деления натуральных чисел



300. Кусок проволоки длиной 1 м разрезали на 2 равные части. Какова длина одной части?

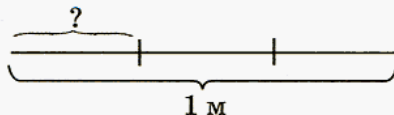


Проверьте свое решение. Выразим длину проволоки в дециметрах: $1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$. Тогда $10 \text{ дм} : 2 = 5 \text{ дм}$.

Ответ: длина одной части — 5 дм.



301. Кусок проволоки длиной 1 м разрезали на 3 равные части. Какова длина одной части?



Чтобы решить эту задачу, попробуем, как и в предыдущем случае, перейти к более мелким единицам длины:

$$1 \text{ м} = 10 \text{ дм}, 10 : 3 = 3 \text{ (1 ост.)};$$

$$1 \text{ м} = 100 \text{ см}, 100 : 3 = 33 \text{ (1 ост.)};$$

$$1 \text{ м} = 1000 \text{ мм}, 1000 : 3 = 333 \text{ (1 ост.)}.$$

Во всех случаях получаем остатки, но ведь в условии задачи сказано, что проволоку разрезали и ничего не осталось. Как же можно записать результат такого деления? В русском языке есть известное вам слово *треть*, которое используется, чтобы обозначить результат деления целого на три равные части. Разрезав кусок проволоки длиной 1 м на три равные части, мы получили три куска проволоки, длиной в треть метра каждый.

В математике треть записывают в виде дроби: $\frac{1}{3}$.

Возможно, вы обратили внимание, что этот параграф, как и глава, в которую он входит, называется «Обыкновенные дроби». Дело в том, что кроме обыкновенных дробей существуют еще десятичные и алгебраические дроби. С ними вы познакомитесь позже. А до тех пор, пока мы будем иметь дело только с обыкновенными дробями, слово «обыкновенные» в нашей устной и письменной речи будем опускать.

Вспомните:

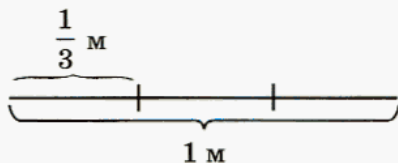
- как читается дробь $\frac{1}{3}$;
- как называется число, стоящее над чертой дроби;
- как называется число, стоящее под чертой дроби.

Проверьте себя:

- дробь $\frac{1}{3}$ читается так: *одна третья*;
- число, стоящее над чертой дроби, — это *числитель*;
- число, стоящее под чертой дроби, — это *знаменатель*.

Решение:

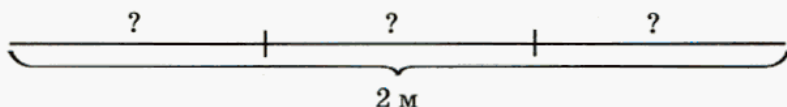
$$1 \text{ м} : 3 = \frac{1}{3} \text{ м.}$$



О т в е т: длина одного куска — $\frac{1}{3}$ м.



302. Кусок проволоки длиной 2 м разрезали на 3 равные части. Какова длина одной части?



Проверьте, так ли вы рассуждали при решении этой задачи.

Чтобы найти длину одной части, надо длину всего куска разделить на число частей:

$$2 : 3.$$

Частное, как и в предыдущем случае, удобно записать в виде дроби:

$$\frac{2}{3}.$$

Решение: $2 \text{ м} : 3 = \frac{2}{3} \text{ м.}$

О т в е т: длина одной части — $\frac{2}{3}$ м.

Подведем некоторые итоги.

Проанализируйте равенства $1 : 3 = \frac{1}{3}$ и $2 : 3 = \frac{2}{3}$ и ответьте на следующие вопросы:

- как можно записать частное от деления натуральных чисел?
- каким компонентам деления соответствуют числитель и знаменатель?

Сравните свои ответы с такими утверждениями:

- *частное от деления натуральных чисел можно записать в виде дроби.*
- *числитель дроби — это делимое, а знаменатель — делитель.*

Поскольку числитель дроби — это делимое, а знаменатель — делитель, считают, что *черта дроби означает действие деление*. Иногда бывает удобно записывать деление в виде дроби, не используя знак «:».

Подумайте, как прочесть такую дробь: $\frac{m}{n}$ (два способа).

Проверьте себя: дробь $\frac{m}{n}$ можно прочесть или как «эм энных», или как «эм, деленное на эн». Допускается для краткости и сочетание «эм на эн».

Подведем окончательный итог проделанной работы:

Частное от деления натуральных чисел m и n можно записать в виде дроби $\frac{m}{n}$, где числитель m — делимое, а знаменатель n — делитель:

$$m : n = \frac{m}{n}.$$

303. Запишите частное в виде дроби, прочитайте дроби, которые у вас получились, назовите числитель и знаменатель:

- а) $3 : 4$; б) $1 : 7$; в) $15 : 31$; г) $17 : 83$.

304. Прочитайте дроби, назовите числитель и знаменатель, делимое и делитель:

$$\frac{1}{6}, \frac{4}{6}, \frac{1}{15}, \frac{8}{45}, \frac{1}{31}, \frac{15}{31}, \frac{1}{52}$$

305. Прочитайте дроби, назовите числитель, знаменатель и запишите каждую из них в виде частного:

$$\text{а) } \frac{1}{369}, \frac{85}{369}; \quad \text{б) } \frac{1}{453}, \frac{158}{453}; \quad \text{в) } \frac{1}{1478}, \frac{1067}{1478}; \quad \text{г) } \frac{1}{781}, \frac{45}{781}.$$

306. Сравните дроби:

$$\text{а) } \frac{1}{5} \text{ и } \frac{1}{7}; \quad \text{б) } \frac{7}{10} \text{ и } \frac{2}{10}; \quad \text{в) } \frac{5}{8} \text{ и } \frac{5}{6}; \quad \text{г) } \frac{3}{14} \text{ и } \frac{1}{14}.$$

307. а) За 5 ч работы штукатур-плиточник выложил плиткой 8 м^2 стены. Какую площадь он выкладывал плиткой за 1 ч?

б) Длина клубничной грядки — 10 м, а ширина — в 14 раз меньше. Найдите ширину грядки (в метрах).

в) Максим и его старшая сестра Юлия играли в компьютерную игру «Квэйк». Максим играл 6 ч, а Юлия — в 11 раз меньше. Сколько времени Юлия играла в «Квэйк»?

г) От дома Миши до музыкальной школы — 2 км, а спортивная школа — в 3 раза ближе. На каком расстоянии от Мишиного дома находится спортивная школа (в километрах)?



308. 1) Ленту длиной 1 м разрезали пополам, а ленту длиной 2 м разрезали на 4 равные части. Какова длина одной части в каждом случае (в метрах)?

2) Сделайте рисунок к задаче, изобразив ленты в виде прямоугольников шириной 5 мм, а длиной соответственно 4 и 8 см. Выполните задания:

$$\text{а) сравните отрезки длиной } \frac{1}{2} \text{ м и } \frac{2}{4} \text{ м};$$

$$\text{б) сравните дроби } \frac{1}{2} \text{ и } \frac{2}{4}.$$

Проверьте себя.

Если вы все сделали правильно, то у вас должно получиться такое же изображение, как на рисунке 50.

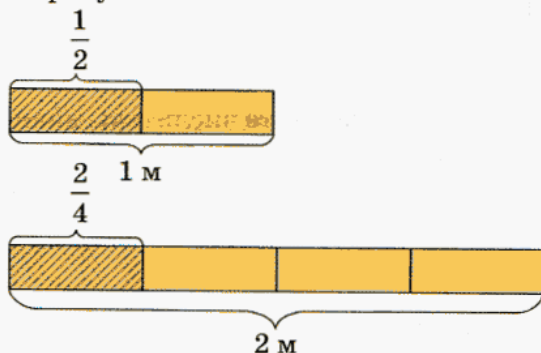


Рис. 50

Из рисунка видно, что $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.

Таким образом, мы познакомились с интересным и важным свойством дробей: одну и ту же дробь можно записать несколькими способами. В дальнейшем мы научимся не только определять или находить равные дроби, но и использовать это при выполнении арифметических действий с дробями.

Дробь как одна или несколько равных долей



309. Опишите рисунок 51 и ответьте на вопросы:

- каковы длины отрезков AB и CD ?
- на сколько частей разделен каждый из этих отрезков?
- чему равна длина одной части в каждом случае?
- каким образом получен каждый из выделенных отрезков?
- чему равны длины выделенных отрезков?
- как получается дробь $\frac{2}{6}$ в первом случае и как — во втором?

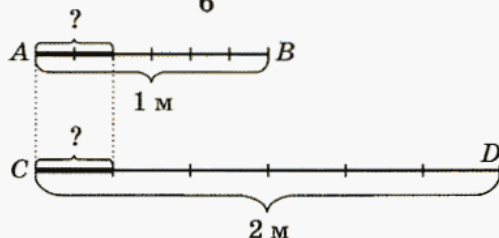


Рис. 51



310. 1) Мама купила капусту и лук. Капусты было куплено 4 кг, а лука — в 5 раз меньше. Найдите массу купленного лука (в граммах и в килограммах).

2) Лена приготовила 1 кг витаминного корма для своей крольчихи и ее четверых крольчат. Весь корм она разделила между ними поровну. Найдите массу корма, который получили крольчата (в граммах и килограммах).

3) Сравните ответы, полученные в предыдущих задачах. Объясните, как была получена дробь $\frac{4}{5}$ в каждом случае.

4) Как можно получить дроби $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{14}$, $\frac{17}{24}$, $\frac{7}{6}$ (два способа)?

5) Как можно получить дробь $\frac{m}{n}$ (два способа)?

Проверьте, так ли вы ответили на последний вопрос.

1) Чтобы получить дробь $\frac{m}{n}$, надо единицу разделить на n равных частей (долей) и взять m таких частей.

2) Чтобы получить дробь $\frac{m}{n}$, надо число m разделить на число n .

311. а) В семье четверо детей — одна девочка и трое мальчиков.

Праздничный торт был разрезан на 6 одинаковых кусков: по одному на каждого ребенка и на каждого из родителей. Какая часть торта досталась девочке, а какая — мальчикам (рис. 52)?

б) Участок площадью 1 а был поделен на 10 рядков. На двух рядках был посажен лук, на трех — свекла, на четырех — морковь и на одной — чеснок. Найдите площадь (в арах) под каждой из этих овощных культур (рис. 53).

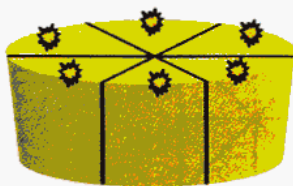
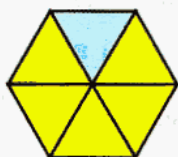


Рис. 52

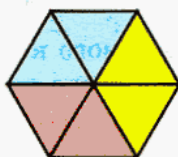


Рис. 53

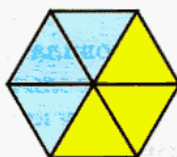
312. Запишите в виде дроби, какая часть фигуры закрашена голубым цветом на рисунке 54.



а)



б)



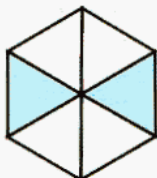
в)



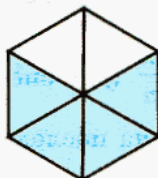
г)

Рис. 54

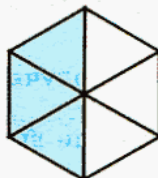
313. Определите, какая часть фигуры закрашена голубым цветом на рисунке 55. Постарайтесь дать несколько вариантов ответа.



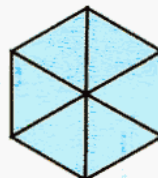
а)



б)



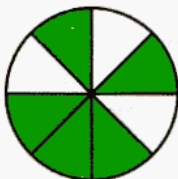
в)



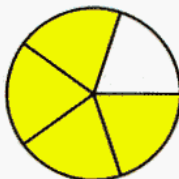
г)

Рис. 55

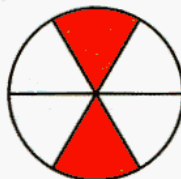
314. Запишите, какая часть фигуры закрашена, а какая — не закрашена на рисунке 56.



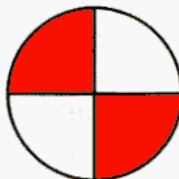
а)



б)



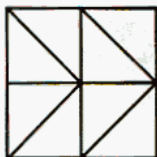
в)



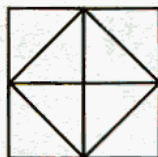
г)

Рис. 56

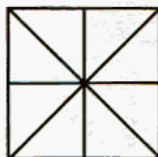
315. Начертите в тетради такие же фигуры, как на рисунке 57, и закрасьте по $\frac{1}{2}$ квадрата. Постарайтесь найти разные способы.



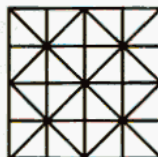
а)



б)



в)



г)

Рис. 57



316. Длина отрезка AB — 6 см. Изобразите отрезки, длины которых составляют $\frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{3}{12}, \frac{7}{6}, \frac{5}{4}$ длины отрезка AB .



317. Отметьте числа $\frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{5}{12}, \frac{13}{12}, \frac{7}{6}, \frac{5}{4}$ на координатном луче (каким удобно выбрать единичный отрезок?).



318. За неделю в магазине было продано 420 кг капусты. В первый день было продано 70 кг. Какая часть капусты была продана в первый день?



319. Аэроплан совершал перелет из одного пункта в другой со средней скоростью 180 км/ч. Если бы его скорость была 200 км/ч, то на тот же путь он затратил бы на 30 мин меньше. Определите расстояние между пунктами.



Контрольные задания

1. Запишите частное $7 : 8$ в виде дроби. Укажите делимое, делитель, числитель и знаменатель.
2. Запишите дробь $\frac{5}{12}$ в виде частного. Укажите числитель, знаменатель, делимое и делитель.
3. Прочитайте дроби $\frac{3}{8}, \frac{2}{21}, \frac{7}{80}$. Объясните, как можно получить каждую из этих дробей (два способа).
4. Сравните дроби: а) $\frac{2}{9}$ и $\frac{5}{9}$; б) $\frac{7}{18}$ и $\frac{7}{11}$.

§ 20.



ОТЫСКАНИЕ ЧАСТИ ОТ ЦЕЛОГО И ЦЕЛОГО ПО ЕГО ЧАСТИ



320. 1) Решите задачи.

В пятом классе 36 человек. В школьной математической олимпиаде участвовали $\frac{1}{9}$ всех учащихся этого класса. Сколько учащихся пятого класса приняли участие в олимпиаде по математике?

В школьной математической олимпиаде принимали участие четверо учеников пятого класса, что составило $\frac{1}{9}$ всех учащихся этого класса. Сколько всего учащихся в пятом классе?

2) Ответьте на вопросы:

- какая величина принята за целое в каждой задаче?
- в какой из задач эта величина известна, а в какой — нет?
- в какой из задач требуется найти *часть от целого*, а в какой — *целое по его части*?
- можно ли утверждать, что это взаимно-обратные задачи?

Ответ поясните.

321. Найдите: а) $\frac{1}{3}$ от 21; б) $\frac{1}{6}$ от 30; в) $\frac{1}{7}$ от 42; г) $\frac{1}{10}$ от 50.

322. Найдите число, если:

- а) $\frac{1}{2}$ его равна 4; в) $\frac{1}{5}$ его равна 2; д) $\frac{1}{7}$ его равна 3;
б) $\frac{1}{4}$ его равна 20; г) $\frac{1}{9}$ его равна 18; е) $\frac{1}{3}$ его равна 12.



323. Прочитайте задачи и определите, в какой из них надо найти часть от целого, а в какой — целое по его части. После этого приступайте к решению.

а) Площадь садового участка — 900 м². Морковью занята $\frac{1}{15}$ этого участка. Какую площадь занимает морковь?

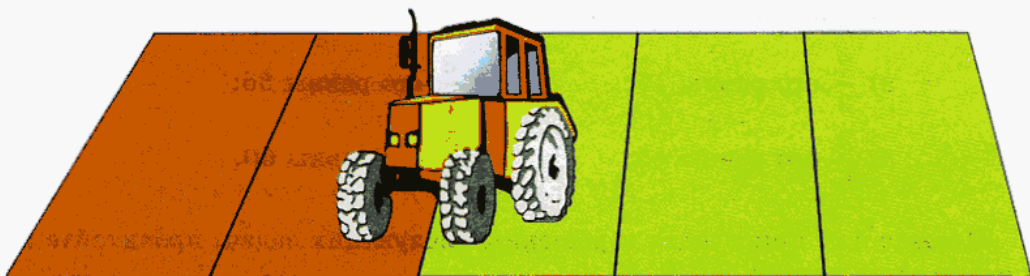
б) Морковью занято 60 м², что составляет $\frac{1}{15}$ площади садового участка. Найдите площадь участка.



324. 1) Прочитайте задачи и ответьте на вопросы:

Площадь поля — 50 га. За день
бригада трактористов вспахала $\frac{2}{5}$
поля. Сколько гектаров вспахала
бригада за день?

За день бригада вспахала 20 га,
что составило $\frac{2}{5}$ площади всего поля.
Какова площадь поля?



- что принято за целое в первой задаче; что — во второй?
- в какой из задач эта величина известна, а в какой — нет?
- в какой из задач требуется найти *часть от целого*, а в какой — *целое по его части*?
- как найти величину, которая приходится на $\frac{1}{5}$, в первом случае и как — во втором?

2) Решите данные задачи.

3) Проверьте правильность ответов и решения:

- в обеих задачах за целое принята площадь всего поля;
- в первой задаче целое известно — это 50 га, а во второй — целое не известно;
- в первой задаче требуется найти часть от целого, а во второй — целое по его части.

Решение:

1) $50 : 5 = 10$ (га) — площадь,
которая приходится на $\frac{1}{5}$ часть
всего поля;

2) $10 \cdot 2 = 20$ (га) — площадь,
которая приходится на $\frac{2}{5}$ всего
поля.

Ответ: 20 га.

1) $20 : 2 = 10$ (га) — площадь,
которая приходится на $\frac{1}{5}$ часть
всего поля;

2) $10 \cdot 5 = 50$ (га) — площадь
всего поля.

Ответ: 50 га.

325. Найдите: а) $\frac{2}{5}$ от 35; б) $\frac{3}{4}$ от 24; в) $\frac{5}{9}$ от 72; г) $\frac{2}{3}$ от 51.

326. Найдите число, если:

а) $\frac{2}{3}$ его равны 16;

в) $\frac{3}{7}$ его равны 36;

б) $\frac{3}{5}$ его равны 45;

г) $\frac{5}{8}$ его равны 60.

Прежде чем приступать к решению следующих задач, прочитайте их и ответьте на вопросы:

- что принято за целое?
- известна ли эта величина?
- что требуется найти в задаче: *часть от целого* или *целое по его части*?
- как найти величину, которая приходится на одну часть (долю)?



327. Предприниматель взял на реализацию (на продажу) 720 кг картофеля. За день было продано $\frac{5}{8}$ этого количества. Сколько килограммов картофеля было продано за день?



328. За день пути лыжники прошли 34 км, что составило $\frac{2}{5}$ длины намеченного маршрута. Какова длина маршрута?



329. В классе 30 человек, $\frac{3}{5}$ которых — девочки. Сколько девочек в классе?



330. 15 га, которые составляют $\frac{3}{10}$ площади всей пахотной земли фермерского хозяйства, засеяны кукурузой. Найдите общую площадь пахотной земли этого хозяйства.

Проанализируйте решения задач и сделайте вывод: как найти часть от целого и как найти целое по его части.

Проверьте себя:

чтобы найти часть от целого, надо число, соответствующее целому, разделить на знаменатель и результат умножить на числитель дроби, которая выражает эту часть;

чтобы найти целое по его части, надо число, соответствующее этой части, разделить на числитель и результат умножить на знаменатель дроби, которая выражает эту часть.

331. В автосалоне выставлены на продажу 30 автомобилей. $\frac{5}{6}$ этих автомобилей были легковые, а остальные — грузовые. Сколько было тех и других автомобилей?

332. Длина спортивного зала — 25 м. Определите ширину и высоту зала, если ширина составляет $\frac{2}{5}$ длины, а высота — $\frac{1}{2}$ ширины.

333. В сельской библиотеке имеется 270 книг, относящихся к жанру научно-популярной литературы, что составляет $\frac{2}{9}$ числа всех книг этой библиотеки. Сколько всего книг в библиотеке?

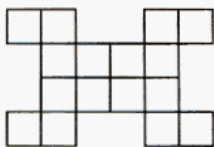
334. В коллекции Антона имеются клипы нескольких типов: видео, рисунки и музыкальные клипы (сэмплы). 16 новогодних видеоклипов составляют $\frac{8}{45}$ числа всех видеоклипов и $\frac{8}{37}$ числа всех остальных клипов его коллекции. Сколько клипов в коллекции Антона?

335. После того как туристы прошли $\frac{5}{8}$ пути, им осталось пройти 120 км. Найдите длину туристического маршрута.

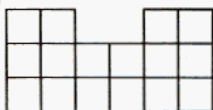
336. $\frac{7}{15}$ огорода занято свеклой, а остальные 96 а — картофелем. Найдите площадь огорода.

337. Начертите в тетради такие же фигуры, как на рисунке 58. Закрасьте указанную часть соответствующей фигуры.

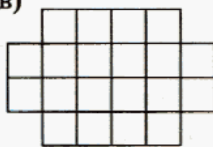
а)

 $\frac{3}{8}$

б)

 $\frac{3}{4}$

в)

 $\frac{3}{5}$

г)

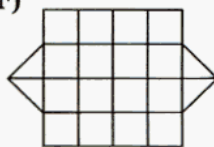
 $\frac{3}{4}$

Рис. 58



338. а) Выполните вычисления по схеме на рисунке 59.

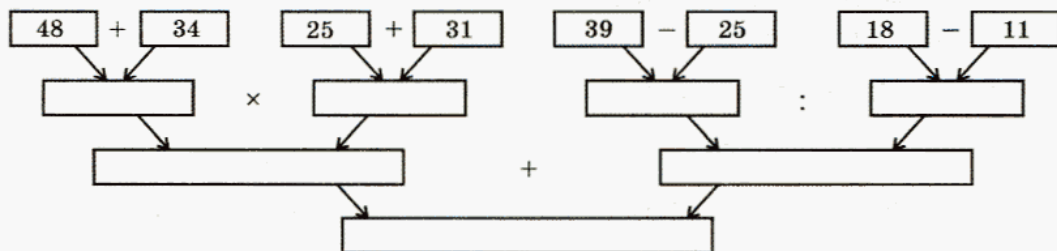


Рис. 59

б) Составьте числовое выражение, соответствующее схеме, и проверьте правильность записи вычислением.



339. Сумма трех слагаемых равна 12 645; одно из них — наибольшее четырехзначное число, а другое — равно разности между наименьшим трехзначным и наибольшим двузначным числом. Найдите третье слагаемое.



340. Фабрика выпустила за неделю 12 650 пар мужской и женской обуви. Сколько пар обуви выпустит фабрика за следующую неделю, если мужской обуви будет выпущено на 540 пар больше, чем прежде, а женской — на 80 пар меньше, чем прежде?



Контрольные задания

- Найдите: а) $\frac{1}{5}$ от 60; б) $\frac{7}{8}$ от 48.
- Найдите число, если: а) $\frac{1}{4}$ его равна 16; б) $\frac{3}{8}$ его равны 60.
- За час автомобиль проехал 54 км, что составило $\frac{2}{3}$ его пути. Какое расстояние должен был проехать автомобиль?
- На выполнение домашнего задания по всем предметам у Лены ушло 155 мин. $\frac{2}{5}$ этого времени она занималась математикой. Сколько времени понадобилось Лене, чтобы выполнить домашнее задание по математике?

§ 21.

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ

- 341.** Запишите в виде дроби, какая часть фигуры закрашена оранжевым, какая — желтым и какая — зеленым цветом на рисунке 60. Постарайтесь найти разные способы.

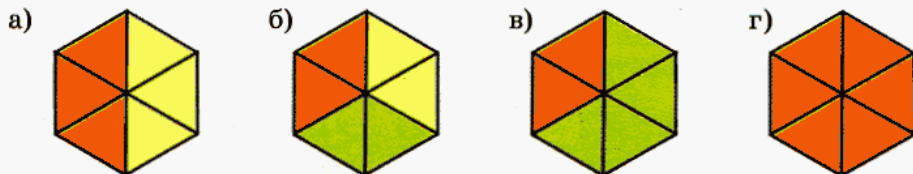


Рис. 60

- 342.** Запишите в виде дроби, какая часть фигуры закрашена, а какая — не закрашена на рисунке 61. Найдите разные способы.

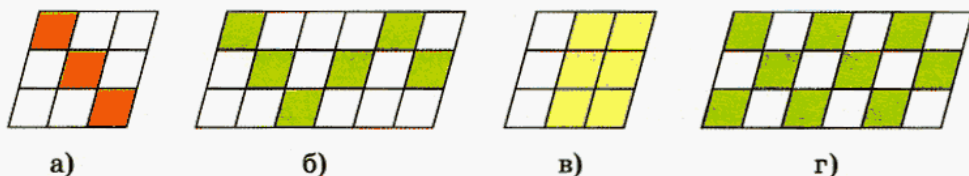


Рис. 61

- 343.** Отметьте на координатном луче числа $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{12}{12}$. Что можно сказать о дроби, у которой числитель равен знаменателю?

- 344.** Длина отрезка MN — 12 см. Начертите отрезки, длины которых составляют $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{16}{24}$ длины отрезка MN . Используя результаты своей работы, сравните дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{12}$ и $\frac{16}{24}$.

- 345.** Длина отрезка AB — 8 см. Начертите отрезки, длины которых составляют $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{12}{16}$, $\frac{24}{32}$ длины отрезка AB . Сравните дробь $\frac{24}{32}$ с дробями $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{12}{16}$.

Проанализируйте результаты последних двух заданий. Какую закономерность можно отметить?

Проверьте себя.

Вы должны были заметить, например, что:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}, \quad \frac{24}{32} = \frac{3}{4}.$$

При этом выполняются следующие равенства:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6} \quad \text{и} \quad \frac{24}{32} = \frac{24:8}{32:8} = \frac{3}{4}.$$

Итак, мы установили важное свойство дроби:

- 1) если и числитель, и знаменатель дроби умножить на одно и то же число (кроме нуля), величина дроби не изменится: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$;
- 2) если и числитель, и знаменатель дроби разделить на одно и то же число (кроме нуля), величина дроби не изменится: $\frac{a}{b} = \frac{a:m}{b:m}$.

Это свойство называют **основным свойством дроби**.



346. Замените дроби $\frac{3}{12}$, $\frac{15}{25}$, $\frac{8}{16}$, $\frac{9}{15}$ равными им дробями с меньшими

знаменателями. Какое свойство дроби для этого можно использовать?

Проверьте себя.

При выполнении задания используем основное свойство дроби: находим число, на которое можно разделить и числитель, и знаменатель, выполняем деление и записываем результат.

Такое преобразование называют **сокращением дроби**.

347. Сократите дроби: а) $\frac{4}{10}$; б) $\frac{2}{6}$; в) $\frac{9}{15}$; г) $\frac{12}{16}$.

348. Сократите дроби: а) $\frac{8}{12}$; б) $\frac{15}{30}$; в) $\frac{14}{21}$; г) $\frac{30}{35}$.

349. Среди данных дробей выберите те, которые равны дроби $\frac{3}{7}$:

$$\frac{6}{14}; \quad \frac{6}{21}; \quad \frac{9}{21}; \quad \frac{12}{21}; \quad \frac{15}{28}; \quad \frac{12}{28}.$$

350. Среди данных дробей выберите те, которые равны дроби $\frac{2}{5}$:

$$\frac{4}{15}; \quad \frac{6}{15}; \quad \frac{4}{10}; \quad \frac{10}{25}; \quad \frac{14}{30}; \quad \frac{18}{45}.$$

351. Представьте данную дробь в виде дроби со знаменателем 3:

$$\text{а) } \frac{12}{18}; \quad \text{б) } \frac{8}{24}; \quad \text{в) } \frac{30}{45}; \quad \text{г) } \frac{5}{15}.$$

352. Представьте данную дробь в виде дроби со знаменателем 7:

$$\text{а) } \frac{6}{14}; \quad \text{б) } \frac{16}{28}; \quad \text{в) } \frac{25}{35}; \quad \text{г) } \frac{42}{49}.$$

353. Среди данных дробей выберите те, которые можно представить в виде дроби со знаменателем 5, и покажите, как это сделать:

$$\frac{11}{10}; \quad \frac{15}{25}; \quad \frac{14}{30}; \quad \frac{2}{10}; \quad \frac{21}{35}; \quad \frac{25}{30}.$$

354. Среди данных дробей выберите те, которые можно представить в виде дроби со знаменателем 4, и покажите, как это сделать:

$$\frac{12}{20}; \quad \frac{4}{16}; \quad \frac{24}{32}; \quad \frac{8}{12}; \quad \frac{32}{40}; \quad \frac{33}{44}.$$



355. Запишите дроби $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$ в виде дробей со знаменателем 12.

Какое свойство дроби для этого можно использовать?

Проверьте себя.

При выполнении задания используем основное свойство дроби: находим число, на которое нужно умножить знаменатель, чтобы получить 12. Нужный результат получаем, умножая на это число и числитель, и знаменатель.

356. Представьте данную дробь в виде дроби со знаменателем 24:

а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{7}{6}$; в) $\frac{5}{12}$; г) $\frac{3}{8}$.

357. Представьте данную дробь в виде дроби со знаменателем 30:

а) $\frac{2}{5}$; б) $\frac{1}{6}$; в) $\frac{3}{10}$; г) $\frac{7}{15}$.

В последних двух заданиях данные дроби были представлены в виде дробей с одним и тем же знаменателем. Такое действие называют **приведением дробей к общему знаменателю**.

Вы умеете сравнивать дроби с одинаковыми знаменателями.

Например: $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$, $\frac{4}{7} < \frac{6}{7}$.

А как сравнить дроби с разными знаменателями?

Возможно, вы догадались: надо привести их к общему знаменателю, а затем сравнить полученные дроби.



358. Сравните дроби:

а) $\frac{2}{3}$ и $\frac{5}{6}$; б) $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{12}$; в) $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{8}$; г) $\frac{3}{4}$ и $\frac{24}{32}$.



359. Сравните дроби:

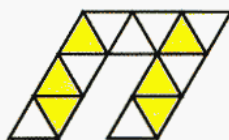
а) $\frac{4}{5}$ и $\frac{7}{10}$; б) $\frac{5}{8}$ и $\frac{27}{32}$; в) $\frac{7}{30}$ и $\frac{3}{10}$; г) $\frac{5}{28}$ и $\frac{2}{7}$.



360. Запишите, какая часть фигуры закрашена на рисунке 62.



а)



б)



в)



г)

Рис. 62



361. Во время международного хоккейного матча между сборными командами России и Канады было забито 10 шайб. Российские хоккеисты забили $\frac{3}{5}$, а канадские — $\frac{4}{10}$ общего количества шайб. Кто стал победителем этого матча и с каким счетом он закончился? Рассмотрите разные способы решения этой задачи.



362. Коля очень любит мотоциклы. Любимая его модель — «Харлей Дэвидсон». Это и неудивительно: мощность мотоцикла «Ява», например, составляет всего $\frac{3}{7}$, а мотоцикла «Хонда» — $\frac{11}{14}$ мощности «Харлея». Какой из мотоциклов — «Ява» или «Хонда» имеет большую мощность?

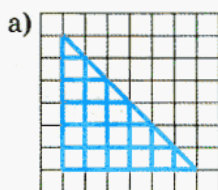


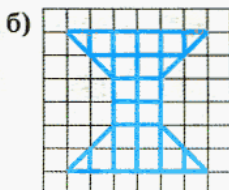
363. Расстояние от Солнца до Меркурия составляет $\frac{2}{5}$, а расстояние от Солнца до Венеры — $\frac{7}{10}$ расстояния от Солнца до Земли. Какая из планет расположена ближе к Солнцу: Меркурий или Венера? Как из условия этой задачи определить, орбита какой из планет, Меркурия или Венеры, ближе к орбите Земли?

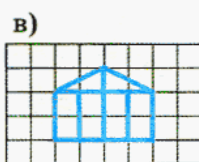


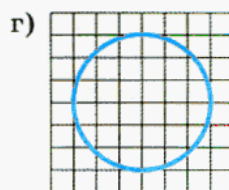
364. Масса Меркурия составляет $\frac{3}{50}$, масса Марса — $\frac{11}{100}$, а масса Луны — $\frac{3}{250}$ массы Земли. Какое из этих небесных тел имеет большую массу?

365. Изобразите такую же фигуру, как на рисунке 63, и закрасьте указанную часть.



$$\frac{5}{9}$$


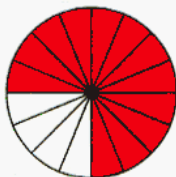
$$\frac{3}{5}$$


$$\frac{2}{5}$$


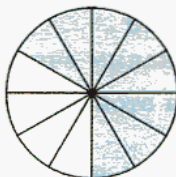
$$\frac{6}{8}$$

Рис. 63

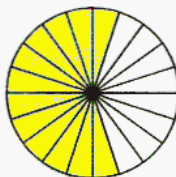
366. Запишите, какая часть фигуры закрашена на рисунке 64.



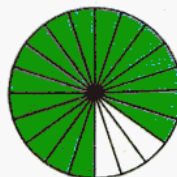
а)



б)



в)



г)

Рис. 64

В заданиях № 367—369 сравните дроби, не приводя их к общему знаменателю.

367. а) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$; б) $\frac{1}{100}$ и $\frac{1}{10}$; в) $\frac{2}{170}$ и $\frac{2}{70}$; г) $\frac{15}{28}$ и $\frac{15}{78}$.



368. а) $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{5}$; б) $\frac{5}{6}$ и $\frac{4}{5}$; в) $\frac{7}{8}$ и $\frac{8}{9}$; г) $\frac{9}{10}$ и $\frac{8}{9}$.



369. а) $\frac{2}{13}$ и $\frac{15}{16}$; б) $\frac{7}{22}$ и $\frac{51}{64}$; в) $\frac{51}{100}$ и $\frac{54}{110}$; г) $\frac{3}{4}$ и $\frac{62}{125}$.

370. Какую часть метра составляет отрезок:

- а) 1 дм, 1 см, 1 мм; б) 5 дм, 25 см, 75 см, 80 мм;
 в) 10 см, 50 см, 10 мм, 100 мм; г) 30 см, 30 мм, 55 см, 55 мм.

371. Выразите в сантиметрах длину отрезка, равного $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{2}$ метра.



372. Часть семейного бюджета тратится на оплату жилья. Саша и Наташа живут в одинаковых квартирах, однако Сашины родители отдают для оплаты жилья $\frac{1}{10}$ часть своего дохода, а Наташины — $\frac{1}{20}$ часть. В какой семье доход больше? Объясните свой ответ.



373. В семьях Юли и Артема одинаковый доход. Родители Юли отдают $\frac{1}{14}$, а Артема — $\frac{1}{18}$ часть дохода в качестве платы за жилье. У какой семьи жилищные условия лучше?

Сравните две последние задачи. Что в них общего и чем они отличаются?

374. Длина туристического маршрута — 126 км. В первый день туристы прошли $\frac{3}{7}$ всего пути. Какое расстояние прошли туристы в первый день?

375. Во время ремонта квартиры за укладку паркета было уплачено 41 516 р., что составило $\frac{4}{9}$ всей стоимости ремонта. Сколько денег было истрачено на ремонт квартиры?



Контрольные задания

1. Сформулируйте основное свойство дроби.

2. Сократите дроби: а) $\frac{12}{36}$; б) $\frac{9}{15}$.

3. Замените дробь равной ей дробью со знаменателем 24: а) $\frac{3}{8}$; б) $\frac{5}{6}$.

4. Представьте дроби $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$ в виде дробей с одинаковыми знаменателями.

§ 22.

**ПРАВИЛЬНЫЕ И НЕПРАВИЛЬНЫЕ ДРОБИ.
СМЕШАННЫЕ ЧИСЛА**

Вы уже знаете, что дробь можно получить, если разделить целое на равные части и взять несколько таких частей. Например, дробь $\frac{3}{4}$ означает три четвертых доли единицы. Во многих задачах предыдущего параграфа обыкновенные дроби использовались для обозначения части целого. Здравый смысл подсказывает, что часть всегда должна быть меньше целого, но как тогда быть с такими дробями, как, например, $\frac{5}{5}$ или $\frac{8}{5}$? Ясно, что это уже не часть единицы. Наверное, поэтому такие дроби, у которых числитель больше знаменателя или равен ему, называют **неправильными дробями**. Остальные дроби, т. е. дроби, у которых числитель меньше знаменателя, называют **правильными дробями**.

Как вы знаете, любую обыкновенную дробь, и правильную, и неправильную, можно рассматривать как результат деления числителя на знаменатель. Поэтому в математике, в отличие от обычного языка, термин «неправильная дробь» означает не то, что мы что-то сделали неправильно, а только то, что у этой дроби числитель больше знаменателя или равен ему.



376. Укажите, какие из следующих дробей правильные, а какие —

нет: $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{6}{5}$.

Изобразите эти дроби на координатном луче и сравните их с единицей. Сделайте вывод.

377. а) Из дробей $\frac{3}{7}, \frac{9}{7}, \frac{7}{3}, \frac{13}{14}, \frac{17}{17}, \frac{19}{20}, \frac{8}{8}, \frac{21}{20}, \frac{1}{4}, \frac{3}{16}$ выпишите все правильные дроби.

б) Из дробей $\frac{7}{10}, \frac{8}{3}, \frac{9}{13}, \frac{1}{9}, \frac{15}{6}, \frac{17}{3}, \frac{32}{32}, \frac{18}{19}, \frac{3}{22}, \frac{28}{28}$ выпишите все неправильные дроби.

Ответ объясните.



378. Запишите, при каких значениях n :

а) дробь $\frac{7}{n}$ неправильная; б) дробь $\frac{17-n}{11}$ неправильная.



379. Запишите, при каких значениях m :

а) дробь $\frac{m}{6}$ правильная; б) дробь $\frac{16}{4+m}$ правильная.



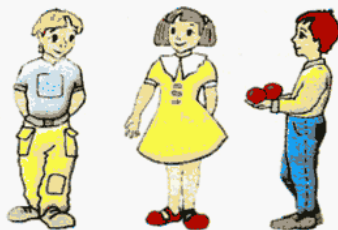
380. Запишите число 3 в виде дроби со знаменателем:

а) 1; б) 3; в) 8; г) 10.



381. Запишите число 5 в виде дроби со знаменателем:

а) 1; б) 5; в) 7; г) 11.



382. Два яблока нужно поровну разделить между тремя детьми. Сколько должен получить один ребенок? Как сделать так, чтобы каждый получил свою долю?

Подобные задачи уже встречались, но рассмотрим решение подробно.

Чтобы ответить на первый вопрос, надо число 2 разделить на 3.

Очевидно, что ответ придется записать в виде дроби, т. е. $2 : 3 = \frac{2}{3}$.

Итак, каждый ребенок должен получить по $\frac{2}{3}$ яблока.

Чтобы ответить на второй вопрос, достаточно вспомнить, как можно получить дробь $\frac{2}{3}$ из целого. Постарайтесь это сделать самостоятельно.



383. Пять одинаковых яблок нужно поровну разделить между тремя детьми. Сколько должен получить один ребенок? Как сделать так, чтобы каждый получил свою долю?



Эта задача очень похожа на предыдущую. Чтобы узнать, сколько должен получить один ребенок, нужно 5 разделить на 3, т. е. $5 : 3 = \frac{5}{3}$, значит, каждый должен получить по $\frac{5}{3}$ яблока.

Теперь можно ответить на второй вопрос задачи. Конечно, незачем делить каждое яблоко на три равные части, чтобы затем раздать детям по пять таких частей. Проще дать каждому ребенку по целому яблоку, после чего оставшиеся два яблока можно разделить на троих так же, как и в предыдущей задаче. Таким образом, каждый получит одно целое яблоко и еще $\frac{2}{3}$ яблока, т. е. результат деления можно записать так:

$$5 : 3 = 1 + \frac{2}{3}.$$

Или короче:

$5 : 3 = 1\frac{2}{3}$ (читается: «одна целая две третьих»). Такие числа

называются **смешанными**: 1 — целая часть, а $\frac{2}{3}$ — дробная часть.



Примеры смешанных чисел:

$7\frac{3}{4}$ — семь целых три четвертых; $2\frac{7}{15}$ — две целых семь пятнадцатых.

Заметим, что в смешанных числах дробная часть представляет собой правильную дробь.

384. Прочитайте следующие числа:

$$5\frac{8}{10}, \quad 2\frac{17}{25}, \quad 23\frac{14}{72}, \quad 76\frac{21}{30}, \quad 4\frac{32}{45}.$$

385. Запишите числа в порядке возрастания:

$$2\frac{2}{5}, \quad 8\frac{8}{16}, \quad 6\frac{3}{10}, \quad \frac{3}{4}, \quad 7\frac{7}{8}, \quad 8\frac{7}{15}.$$

386. Запишите двумя способами, в виде смешанного числа и в виде неправильной дроби ($\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$), какая часть фигур закрашена на рисунке 65.

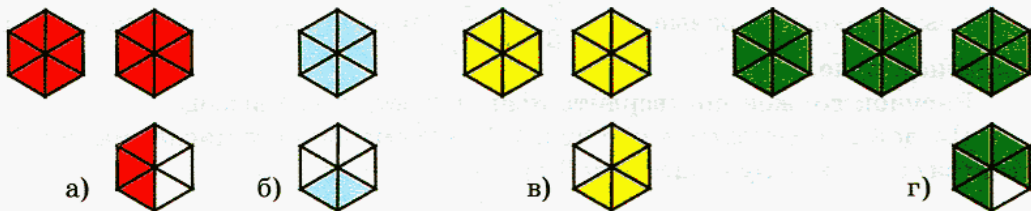


Рис. 65

387. Запишите двумя способами, в виде смешанного числа и в виде неправильной дроби, какая часть фигур закрашена на рисунке 66.

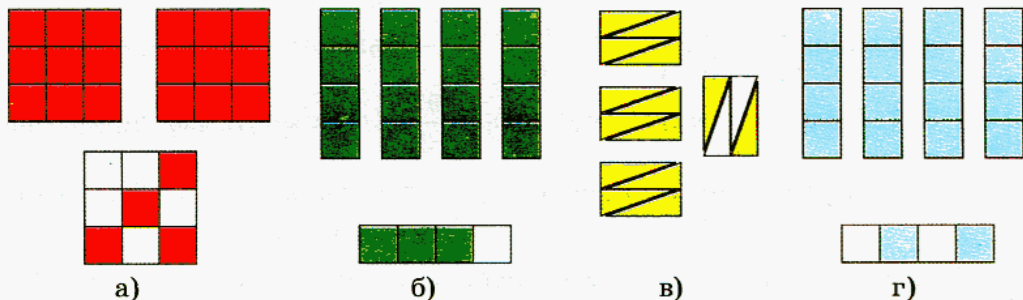


Рис. 66

388. Представьте число в виде неправильной дроби:

а) $1\frac{3}{4}$; б) $2\frac{3}{5}$; в) $3\frac{1}{3}$; г) $4\frac{1}{2}$; д) $1\frac{7}{8}$; е) $3\frac{4}{11}$.

Образец: $2\frac{3}{7}$ — это $\frac{14}{7}$ и $\frac{3}{7}$, всего $\frac{17}{7}$. Значит $2\frac{3}{7} = \frac{17}{7}$.

389. Представьте число в виде неправильной дроби:

а) $1\frac{3}{7}$; б) $2\frac{4}{9}$; в) $5\frac{2}{3}$; г) $6\frac{3}{5}$; д) $2\frac{11}{15}$; е) $7\frac{3}{8}$.

Вернемся к задаче о пяти яблоках. В ходе ее решения мы получили:

$$5 : 3 = \frac{5}{3}, \quad 5 : 3 = 1\frac{2}{3}.$$

Сравните числа $\frac{5}{3}$ и $1\frac{2}{3}$.

Проверьте свои рассуждения: левые части равенств равны, значит, должны быть равны и правые, т. е. $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$. Отметьте эти два числа на координатном луче.

Рисунок должен подтвердить правильность этого вывода.

Представив неправильную дробь в виде смешанного числа, мы тем самым выделили целую часть этой дроби.



390. 1) Отметьте на координатном луче дроби $\frac{13}{12}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{5}{4}$ и каждую из них представьте в виде смешанного числа.

2) Не используя координатный луч, выделите целую часть у каждой из дробей: $\frac{6}{5}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{12}{5}$, $\frac{18}{5}$, $\frac{24}{5}$. Объясните, как вы рассуждали.



391. Выделите целую часть дроби $\frac{97}{3}$. Объясните, как вы получили ответ.



392. Выделите целую часть дроби: $\frac{37}{30}$, $\frac{37}{10}$, $\frac{37}{5}$.

Проверьте, так ли вы рассуждали при выполнении последних двух заданий.

Дана дробь $\frac{97}{3}$. Черта дроби означает деление, выполним его:

$$\frac{97}{3} = 97 : 3, \quad \begin{array}{r} 97 \overline{) 3} \\ \underline{9} \\ 7 \\ \underline{6} \\ 1 \end{array}$$

Деление закончено, в остатке имеем 1, но сейчас мы уже знаем, как 1 разделить на 3: результат деления 1 на 3 — это $\frac{1}{3}$. Таким образом,

$\frac{97}{3} = 97 : 3 = 32 + \frac{1}{3} = 32\frac{1}{3}$. Целая часть смешанного числа равна неполному частному, а дробная часть — результату деления остатка на знаменатель данной неправильной дроби: $\frac{97}{3} = 32\frac{1}{3}$. Если у вас другой ответ, постарайтесь найти ошибку в своих рассуждениях.

393. Представьте дробь в виде смешанного числа:

а) $\frac{583}{45}$; б) $\frac{424}{31}$; в) $\frac{321}{75}$; г) $\frac{719}{83}$; д) $\frac{648}{15}$; е) $\frac{142}{7}$.

394. Представьте дробь в виде смешанного числа:

а) $\frac{435}{64}$; б) $\frac{793}{38}$; в) $\frac{389}{27}$; г) $\frac{543}{55}$; д) $\frac{197}{14}$; е) $\frac{212}{25}$.



395. а) Запишите числа в порядке возрастания: $\frac{499}{27}$; $\frac{172}{63}$; $\frac{345}{23}$; $\frac{1537}{234}$.

б) Запишите числа в порядке убывания: $\frac{345}{23}$; $\frac{75}{11}$; $\frac{267}{14}$; $\frac{952}{356}$; $\frac{51}{4}$.

396. а) Замените дробь $\frac{3}{4}$ равной ей дробью со знаменателем: 8, 12, 16, 24, 40, 200.

б) Замените дробь $\frac{15}{75}$ равной ей дробью со знаменателем 25.

Можно ли еще упростить эту дробь?

397. Что больше:

а) $\frac{7}{15}$ или $\frac{22}{45}$; б) $\frac{31}{54}$ или $\frac{17}{27}$; в) $\frac{5}{18}$ или $\frac{11}{36}$; г) $\frac{3}{4}$ или $\frac{9}{16}$?

398. Найдите x :

а) $\frac{x}{18} = \frac{2}{3}$; б) $\frac{15}{x} = \frac{3}{4}$; в) $1 = \frac{x}{337}$; г) $\frac{33}{x} = 3$.

399. Выразите в сантиметрах длину отрезка:

а) $\frac{1}{25}$ м; б) $\frac{1}{50}$ м; в) $\frac{1}{4}$ м; г) $\frac{1}{5}$ м.

400. Какую часть часа составляют:

а) 7 мин, 15 мин; в) 80 мин, 120 мин;
б) 45 с, 51 с; г) 5000 с, 6600 с?

401. (Устно.) а) Если придут гости, то за столом будет 8 человек, а если не придут, то 4. На сколько равных частей нужно разрезать праздничный пирог, чтобы и в том и в другом случае его можно было бы разделить поровну?

б) Если гость придет, то за столом будет четверо, а если нет, то трое. На сколько равных частей нужно разрезать праздничный пирог, чтобы и в том и в другом случае его можно было бы разделить поровну?

402. В коллекции энтомолога 72 бабочки, что составляет $\frac{4}{11}$ числа экспонатов всей коллекции. Сколько экспонатов в коллекции энтомолога?

403. Света готовилась к школьной математической олимпиаде в течение месяца. За это время она решила 120 задач. За первые 10 дней она решила $\frac{2}{15}$ числа этих задач. Сколько задач решила Света за первые 10 дней подготовки к олимпиаде?



- 404.** Турист в первый день прошел $\frac{2}{5}$ всего пути, а во второй — оставшиеся 36 км. Найдите длину маршрута.



Контрольные задания

1. Объясните, какую дробь называют правильной, а какую — неправильной.
2. Представьте дробь в виде смешанного числа: $\frac{25}{7}$.
3. Представьте число в виде неправильной дроби: $3\frac{2}{5}$.
4. Сравните дроби $\frac{15}{28}$ и $\frac{4}{3}$.

§ 23.



ОКРУЖНОСТЬ И КРУГ



- 405.** Рассмотрите рисунок 67. Где изображена окружность? Где — круг? Какой инструмент используется для построения окружностей?

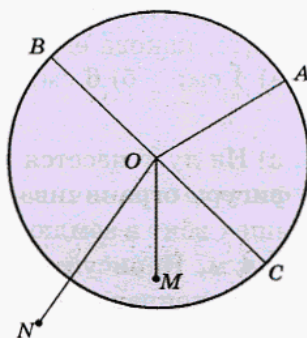
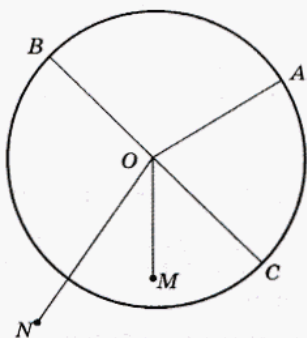


Рис. 67

Ответьте на вопросы и выполните задания.

- Назовите точки, которые принадлежат окружности; кругу.
- Назовите точки, которые не принадлежат окружности; кругу.



- Покажите дуги, на которые точки A , B и C делят окружность.
- Какой буквой обозначен центр окружности; круга?
- Назовите отрезки, которые являются радиусами окружности; круга.
- Назовите отрезки, которые не являются радиусами и сравните их длины с длиной радиуса.
- Сколько радиусов у окружности; круга?
- Как обозначен диаметр окружности; круга? Сколько диаметров у окружности; круга?
- Какое свойство диаметров вы знаете?
- Какое свойство радиусов вы знаете?
- Запишите формулу, по которой можно найти диаметр d окружности, зная ее радиус r .
- Запишите формулу, по которой можно найти радиус r окружности, зная ее диаметр d .

406. Начертите окружность данного радиуса. Проведите диаметр и найдите его длину (подумайте, что надо сделать, чтобы грамотно записать решение).

- а) 2 см; б) 4 см; в) 3 см; г) 3 см 5 мм.

407. Начертите окружность данного диаметра. Проведите радиус и запишите, какова его длина:

- а) 4 см; б) 6 см; в) 9 см; г) 10 см.



408. а) На лугу пасется коза, привязанная веревкой к колышку. Какая фигура ограничивает участок, на котором может пастись коза? Колышек вбит в землю на расстоянии 3 м от огорода, а веревка имеет длину 4 м. Нарисуйте ту часть огорода, которая может пострадать, если козе понравятся овощи, посаженные там (в 1 см — 1 м).

б) На лугу пасется коза. Конец веревки, к которой она привязана, скользит по проволоке, прикрепленной к двум колышкам. Нарисуйте фигуру, ограничивающую участок, где может пастись коза, если расстояние между колышками — 6 м, а длина веревки — 4 м (в 1 см — 1 м). На сколько увеличилась площадь участка, на котором может пастись коза, по сравнению с предыдущей задачей?

409. Точка O — центр окружности, а отрезок OA — ее радиус (рис. 68). Определите, какие из точек B, C, D, E, F и K принадлежат окружности, а какие — нет.

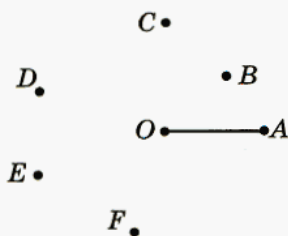


Рис. 68

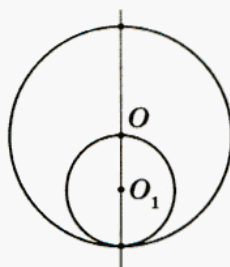


Рис. 69

410. Точки O и O_1 — центры соответственно большой и малой окружностей, радиус малой окружности равен 3 см (рис. 69). Чему равен радиус большой окружности? Чему равен ее диаметр?

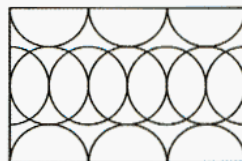


Рис. 70



411. На рисунке 70 изображены орнамент и ажурная решетка. Попробуйте на альбомном листе при помощи циркуля изобразить такие же фигуры, но большего размера. Придумайте свои орнаменты и рисунки для ажурных решеток, составленные из окружностей.

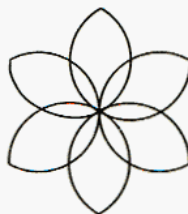
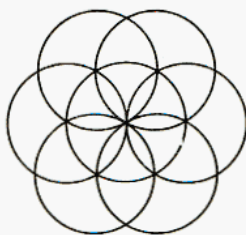


Рис. 71



412. С помощью циркуля на альбомном листе изобразите такие же фигуры, как на рисунке 71. Подумайте, как получить вторую фигуру, используя первую.

413. Решите уравнение:

а) $14x - 9x = 125$;

в) $13x + 5x = 108 : 2$;

б) $15y + 25y = 120$;

г) $29y - 17y = 12 \cdot 4$.

414. Вычислите:

а) $9 \cdot (142 - 35) + (42 \cdot 6 + 748) : 25$;

б) $1872 : (105 : 3 - 11) + 493$.



415. Какие вопросы можно поставить по рисунку 72? Ответьте на поставленные вами вопросы.

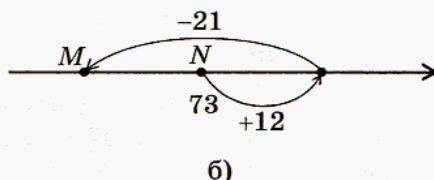
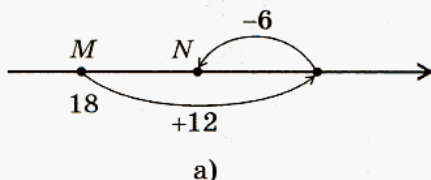


Рис. 72



416. Сделайте в тетради такую же таблицу и заполните пустые ячейки:

Вид движения катера	Собственная скорость катера	Скорость течения реки	Скорость движения катера	Время в пути	Пройденный путь
По течению	12 км/ч	2 км/ч		3 ч	
По течению	15 км/ч		18 км/ч		54 км
По течению		1 км/ч		5 ч	100 км
Против течения	22 км/ч	3 км/ч		4 ч	
Против течения		2 км/ч	8 км/ч		64 км
Против течения	17 км/ч			6 ч	84 км



417. Составьте математическую модель данной ситуации. Из поселка в деревню велосипедист со скоростью y км/ч ехал по грунтовой дороге, длина которой s км, а возвращался по шоссе, которое на 7 км длиннее. Хотя на обратном пути он увеличил свою скорость на 3 км/ч, времени у него ушло больше, чем на дорогу из поселка в деревню.



418. а) В магазине имеются две фляги с медом одного сорта. Стоимость меда в первой фляге — 1242 р., а во второй фляге — 1728 р., причем во второй фляге меда на 9 кг больше, чем в первой. Определите массу меда в каждой фляге.

б) В магазине имеются две одинаковые фляги с медом разных сортов, причем цена меда во второй фляге на 6 р. выше, чем в первой. Стоимость меда в первой фляге — 2184 р., а во второй — 2436 р. Определите массу меда в каждой фляге и цену 1 кг меда каждого сорта.



419. а) Определите, какая часть прямоугольника закрашена на рисунке 73, и сравните полученные дроби. Ответ запишите в виде неравенства:

$$\frac{\square}{\square} < \frac{\square}{\square} < \frac{\square}{\square}$$

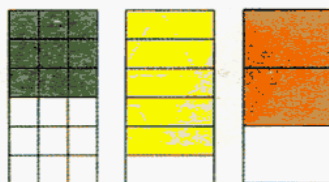


Рис. 73

Приведите эти дроби к общему знаменателю.

б) Сделайте в тетради такой же рисунок (см. рис. 74) и закрасьте $\frac{10}{16}$ первого круга, $\frac{4}{8}$ второго и $\frac{3}{4}$ третьего. Приведите данные дроби к общему знаменателю 16. Сравните полученные дроби и запишите ответ в виде неравенства:

$$\frac{\square}{\square} < \frac{\square}{\square} < \frac{\square}{\square}$$

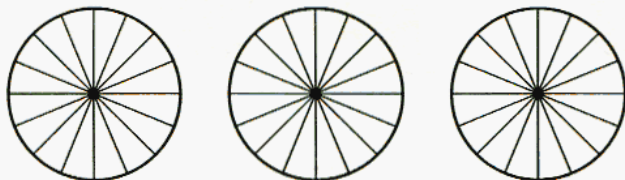


Рис. 74



Контрольные задания

- Объясните, чем отличается окружность от круга.
- а) Начертите окружность с центром в точке O и радиусом, равным 4 см. Проведите диаметр AB .
б) Запишите, чему равна длина диаметра AB .

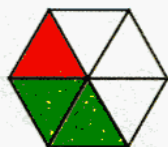
§ 24.

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ
ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

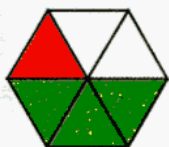
У

420. Запишите, какая часть фигуры (рис. 75): 1) закрашена красным; 2) закрашена зеленым; 3) закрашена и красным, и зеленым; 4) не закрашена.

Запишите, как можно ответить на последние два вопроса, складывая или вычитая дроби.



а)



б)



в)



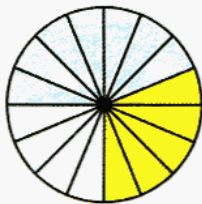
г)

Рис. 75

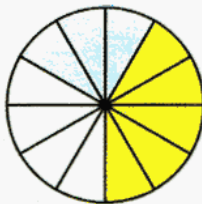
У

421. Запишите, какая часть круга (рис. 76): 1) закрашена голубым; 2) закрашена желтым; 3) закрашена и голубым, и желтым; 4) не закрашена.

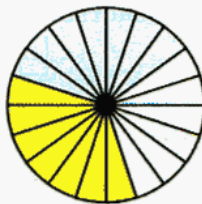
Запишите, как можно ответить на последние два вопроса, складывая или вычитая дроби.



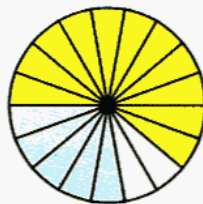
а)



б)



в)



г)

Рис. 76

Выполняя последние задания, вам пришлось складывать и вычитать дроби с одинаковыми знаменателями. Постарайтесь сформулировать правила сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями.

Проверьте себя.

Чтобы сложить дроби с одинаковыми знаменателями, надо сложить их числители, а знаменатель оставить без изменения.

Чтобы выполнить вычитание дробей с одинаковыми знаменателями, надо из числителя уменьшаемого вычесть числитель вычитаемого, а знаменатель оставить без изменения.

Запись можно оформить так: $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{1+2}{6} = \frac{3}{6}$; $\frac{6}{6} - \frac{4}{6} = \frac{6-4}{6} = \frac{2}{6}$.

Вычислите:

422. а) $\frac{3}{8} + \frac{5}{8}$; б) $\frac{7}{15} - \frac{2}{15}$; в) $\frac{1}{7} + \frac{3}{7} + \frac{2}{7}$; г) $\frac{3}{11} + \frac{8}{11} - \frac{4}{11}$.

423. а) $\frac{2}{17} + \frac{7}{17}$; б) $\frac{7}{16} - \frac{5}{16}$; в) $\frac{2}{25} + \frac{9}{25}$; г) $\frac{12}{13} - \frac{3}{13}$.

424. а) $\frac{24}{33} - \frac{13}{33}$; б) $\frac{5}{21} + \frac{2}{21}$; в) $\frac{14}{27} + \frac{4}{27}$; г) $\frac{16}{35} + \frac{12}{35}$.

425. а) $\frac{72}{156} + \frac{34}{156}$; б) $\frac{75}{341} - \frac{52}{341}$; в) $\frac{34}{105} + \frac{62}{105}$; г) $\frac{231}{520} - \frac{128}{520}$.

426. а) $1 - \frac{2}{5}$; б) $1 - \frac{3}{4}$; в) $1 - \frac{4}{7}$; г) $1 - \frac{10}{11}$.

 427. а) $1 - \frac{1}{16} - \frac{3}{16}$; б) $1 - \frac{2}{25} - \frac{8}{25}$; в) $1 - \frac{7}{24} - \frac{5}{24}$; г) $1 - \frac{17}{30} - \frac{11}{30}$.

428. Туристу на весь путь понадобилось два дня. В первый день он прошел $\frac{4}{9}$ пути. Какую часть пути прошел турист во второй день?

429. Денис прочитал книгу за два дня. В первый день он прочитал $\frac{3}{7}$ всей книги. Какую часть книги Денис прочитал во второй день?

Сравните две последние задачи. Что в них общего, чем они отличаются? Придумайте задачу, которая решается таким же способом, и решите ее.



- 430.** Робинзон Крузо за первый год пребывания на необитаемом острове израсходовал $\frac{4}{15}$ запаса муки, которую он обнаружил на разбитом корабле, а на втором году ему удалось сократить расход муки на $\frac{1}{15}$ первоначального запаса. Какую часть имевшейся муки Робинзон Крузо израсходовал за два года и какая часть муки у него осталась?



- 431.** На двух полках стоят книги. На верхней полке на $\frac{1}{7}$ всех книг больше, чем на нижней. Какая часть книг стоит на верхней полке, а какая — на нижней?



- 432.** Денис прочитал книгу за два дня. В первый день он прочитал на $\frac{1}{9}$ всего объема книги больше, чем во второй. Какую часть книги Денис прочитал в первый день, а какую — во второй?

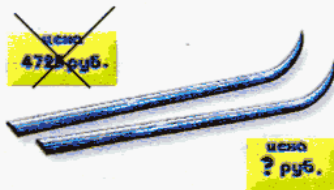
Сравните две последние задачи. Что в них общего, чем они отличаются? Придумайте задачу, которая решается таким же способом, и решите ее.

- 433.** Вычислите:

- а) $(506 \cdot 123 + 29\,376 : 72 - 61\,830) : 4$;
б) $(47\,020 + 9687) : (4066 - 38 \cdot 107)$.



- 434.** За неделю в спортивном магазине было продано 15 пар лыж по цене 4725 р. за пару. Чтобы увеличить оборот, цену понизили на 300 р., и за следующую неделю было продано на 12 пар больше. Удалось ли магазину увеличить прибыль, если товар был закуплен по 3700 р. за пару?





435. Нарисуйте в тетради такой же квадрат, как на рисунке 77.

Закрасьте $\frac{7}{16}$ этого квадрата. Какая часть квадрата осталась незакрашенной?



436. Начертите две окружности и проведите в них диаметры так же, как на рисунке 78.

1) Закрасьте $\frac{1}{4}$ первого круга желтым цветом и еще $\frac{1}{8}$ зеленым.

Какая часть круга закрашена? Какая — не закрашена?

2) Закрасьте $\frac{1}{2}$ второго круга красным цветом и еще $\frac{1}{8}$ синим.

Какая часть круга закрашена? Какая — не закрашена?

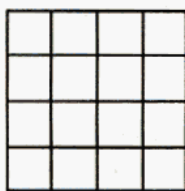


Рис. 77

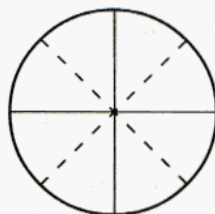
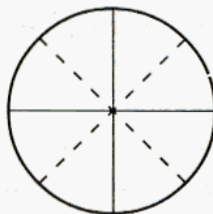


Рис. 78



437. Изобразите в тетради такой же квадрат, как на рисунке 79. За-

красьте $\frac{1}{2}$ квадрата синим цветом, $\frac{1}{4}$ — красным, $\frac{1}{8}$ — желтым, $\frac{1}{16}$ — зеленым. Какая часть квадрата осталась незакрашенной? Какая часть квадрата закрашена?

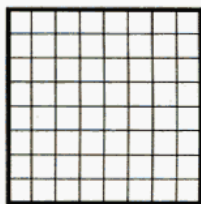


Рис. 79

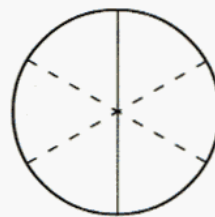
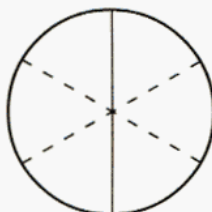


Рис. 80

438. Начертите две окружности и проведите в них диаметры так же, как на рисунке 80.

а) Закрасьте $\frac{1}{3}$ первого круга красным цветом, $\frac{1}{6}$ — желтым.

Какая часть круга закрашена? Какая — не закрашена?

б) Закрасьте $\frac{1}{2}$ второго круга желтым цветом, $\frac{1}{6}$ — красным.

Какая часть круга закрашена? Какая — не закрашена?



439. Вычислите: $\frac{3}{7} + \frac{5}{14}$.

Решение обычно записывают так: $\frac{3}{7} + \frac{5}{14} = \frac{6}{14} + \frac{5}{14} = \frac{6+5}{14} = \frac{11}{14}$.

Вы догадались, для чего над дробью $\frac{3}{7}$ записано число 2?

Проверьте себя.

До сих пор мы складывали только дроби с одинаковыми знаменателями. Значит, для того чтобы выполнить сложение дробей с разными знаменателями, надо *привести их к общему знаменателю*. Проще всего это сделать, заменив дробь $\frac{3}{7}$ равной ей дробью $\frac{6}{14}$, которая получается из дроби $\frac{3}{7}$ умножением ее числителя и знаменателя на 2.

Теперь ясно, зачем над дробью $\frac{3}{7}$ надписано число 2.

Число, которое надписывают над дробью, называют *дополнительным множителем*.

Так же выполняют вычитание дробей с разными знаменателями.

Вычислите:



440. а) $\frac{3}{8} + \frac{5}{16}$; б) $\frac{5}{18} + \frac{2}{9}$; в) $\frac{4}{7} + \frac{3}{14}$; г) $\frac{7}{100} + \frac{3}{10}$.



441. а) $\frac{3}{5} + \frac{4}{15}$; б) $\frac{2}{7} + \frac{5}{28}$; в) $\frac{3}{22} + \frac{6}{11}$; г) $\frac{3}{4} + \frac{3}{20}$.

442. а) $\frac{5}{9} + \frac{2}{3}$; б) $\frac{1}{12} + \frac{3}{4}$; в) $\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$; г) $\frac{17}{1000} + \frac{81}{100}$.

443. а) $\frac{5}{12} + \frac{1}{3}$; б) $\frac{11}{24} + \frac{3}{8}$; в) $\frac{5}{6} + \frac{1}{24}$; г) $\frac{57}{1000} + \frac{9}{10}$.

444. а) $\frac{11}{16} - \frac{3}{8}$; б) $\frac{5}{6} - \frac{5}{12}$; в) $\frac{4}{7} - \frac{8}{21}$; г) $\frac{17}{30} - \frac{4}{15}$.

445. а) $\frac{7}{9} - \frac{5}{18}$; б) $\frac{14}{25} - \frac{1}{5}$; в) $\frac{7}{10} - \frac{9}{100}$; г) $\frac{7}{11} - \frac{21}{44}$.

446. а) $\frac{7}{12} - \frac{1}{4}$; б) $\frac{22}{27} - \frac{5}{9}$; в) $\frac{3}{10} - \frac{43}{10\,000}$; г) $\frac{31}{100} - \frac{21}{1000}$.

447. а) $\frac{5}{8} - \frac{1}{2}$; б) $\frac{7}{8} - \frac{11}{24}$; в) $\frac{17}{18} - \frac{5}{6}$; г) $\frac{777}{1000} - \frac{1}{10}$.

448. Вычислите: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

Проверьте себя: $\frac{\overset{\sqrt{3}}{1}}{2} + \frac{\overset{\sqrt{2}}{1}}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$.

Вычислите:

449. а) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$; б) $\frac{4}{5} - \frac{3}{4}$; в) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$; г) $\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$.

450. а) $\frac{1}{2} + \frac{2}{5}$; б) $\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$; в) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$; г) $\frac{9}{10} - \frac{5}{6}$.

451. а) $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$; б) $\frac{3}{5} - \frac{1}{3}$; в) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$; г) $\frac{3}{4} + \frac{3}{14}$.

452. а) $\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$; б) $\frac{3}{5} + \frac{1}{3}$; в) $\frac{4}{5} + \frac{3}{4}$; г) $\frac{7}{10} - \frac{1}{4}$.



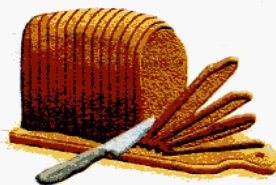
453. За завтраком, обедом и ужином был съе-

ден один батон хлеба. За завтраком съели $\frac{2}{9}$,

а за обедом — $\frac{5}{18}$ батона. Когда съели больше

хлеба — за завтраком или за обедом? Какую

часть батона съели за завтраком и за обедом? Какая часть батона осталась на ужин?



454. Мама купила 1 литр молока. $\frac{10}{21}$ этого количества было использо-

вано для приготовления каши, а $\frac{3}{7}$ — для приготовления какао. Для приготовления какого блюда потребовалось меньше молока? Какая часть молока была использована? Какая часть молока осталась?

Решите уравнение:



455. а) $x + \frac{1}{9} = 1$; б) $1 - x = \frac{5}{9}$; в) $x + \frac{2}{7} = 1$; г) $1 - x = \frac{4}{7}$.



456. а) $\frac{5}{8} + y = 1$; б) $1 - y = \frac{7}{12}$; в) $y + \frac{5}{16} = 1$; г) $1 - y = \frac{15}{24}$.



457. Одна труба заполняет бассейн за 30 ч, а другая — за 15 ч. Какая часть бассейна будет заполнена через час, если включить одновременно две трубы? Сколько времени понадобится для заполнения бассейна при совместной работе обеих труб?



458. Турист за 2 дня прошел 45 км. За первый день он прошел $\frac{2}{5}$ пути. Какое расстояние турист прошел за второй день?



459. Бригада комбайнеров за три дня убрала урожай со 171 га земли.

В первый день было убрано $\frac{2}{9}$, а во второй — $\frac{5}{9}$ этой площади. Сколько гектаров земли было убрано в третий день?

Постарайтесь найти несколько способов решения этой задачи.

Подумайте, как можно изменить условие задачи, чтобы она решалась меньшим количеством действий?



- 460.** В книге 170 страниц. Максим в первый день прочитал $\frac{2}{5}$, а во второй — $\frac{3}{10}$ книги. Больше или меньше половины книги прочитал Максим за эти два дня? Сколько страниц ему осталось прочитать? Сравните эту задачу с предыдущей. В чем их сходство? В чем отличие?

- 461.** 1) Найдите x , если:

а) $\frac{x}{8} + \frac{3}{8} = 1$; б) $\frac{x}{8} - \frac{3}{8} = 0$; в) $\frac{x}{8} - \frac{3}{8} = 1$; г) $1 - \frac{x}{8} = \frac{3}{8}$.

- 2) Найдите y , если:

а) $\frac{4}{15} + \frac{y}{15} = 1$; б) $\frac{8}{15} - \frac{y}{15} = 0$; в) $\frac{19}{15} - \frac{y}{15} = 1$; г) $1 - \frac{y}{15} = \frac{11}{15}$.

- 462.** Вычислите:

а) $(23\,526 + 1\,169\,874) : 78 - 503 \cdot 26 + 215\,301 : 43$;

б) $19\,900 : (54\,726 - 53\,930) + (12\,592 - 9307) \cdot 50$;

в) $85 \cdot (12\,754 + 7246) - (405\,310 + 294\,690)$.



- 463.** Изобразите отрезок MN . Отметьте на нем точки K и L так, чтобы отрезок KN составлял $\frac{2}{3}$, а отрезок ML — $\frac{3}{4}$ отрезка MN . Какую часть отрезков MN , KN , ML , MK и NL составляет отрезок KL ? Прежде чем решать задачу, подумайте, какой длины удобно взять отрезок MN .



Контрольные задания

1. Выполните действия: а) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$; б) $\frac{11}{15} - \frac{7}{15}$.

2. Выполните действия: а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; б) $\frac{2}{3} - \frac{4}{9}$.

§ 25.

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ СМЕШАННЫХ ЧИСЕЛ

У

464. Вычислите, в случае затруднений воспользуйтесь рисунком 81.

$$1) 2 + \frac{2}{7}; \quad 2) 2\frac{3}{7} + \frac{2}{7}; \quad 3) 2\frac{3}{7} + 1\frac{2}{7}; \quad 4) 2\frac{3}{7} + \frac{6}{7}; \quad 5) 2\frac{3}{7} + 1\frac{6}{7}.$$

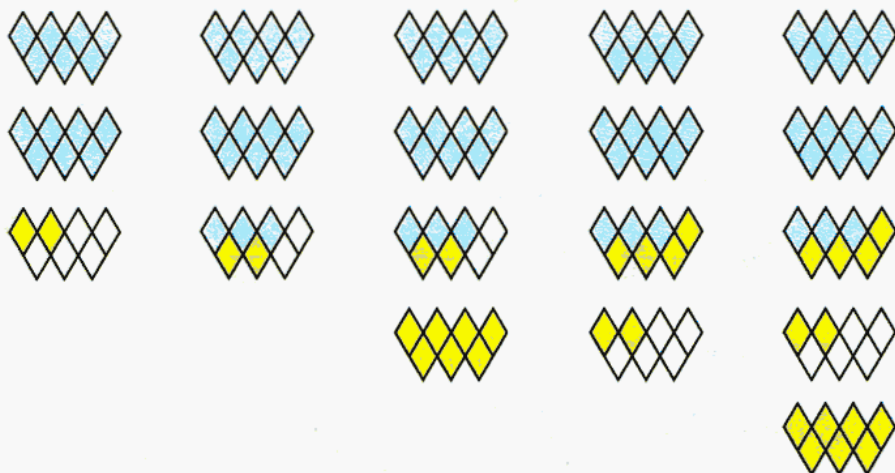


Рис. 81

У

465. Вычислите, в случае затруднений воспользуйтесь рисунком 82.

$$1) 1\frac{5}{9} - 1; \quad 2) 1\frac{5}{9} - \frac{2}{9}; \quad 3) 1\frac{5}{9} - \frac{5}{9}; \quad 4) 1\frac{5}{9} - \frac{7}{9}.$$

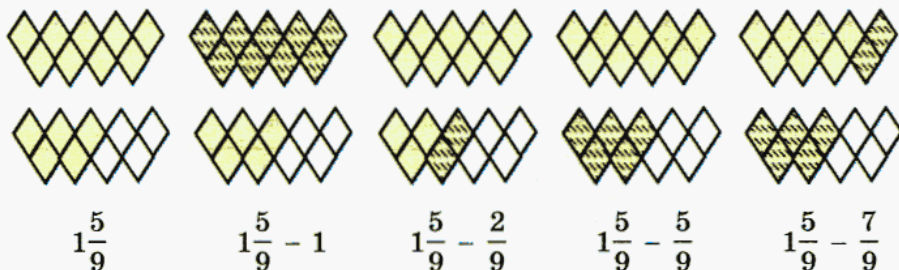


Рис. 82

Вычислите:

466. а) $3\frac{3}{12} + \frac{5}{12}$; б) $3\frac{3}{12} + 1\frac{5}{12}$; в) $3\frac{3}{12} + \frac{11}{12}$; г) $3\frac{3}{12} + 1\frac{11}{12}$.

467. а) $\frac{2}{15} + 4\frac{7}{15}$; б) $1\frac{2}{15} + 4\frac{7}{15}$; в) $\frac{14}{15} + 4\frac{7}{15}$; г) $1\frac{14}{15} + 4\frac{7}{15}$.

468. а) $1\frac{4}{11} - 1$; б) $1\frac{4}{11} - \frac{2}{11}$; в) $1\frac{4}{11} - \frac{4}{11}$; г) $1\frac{4}{11} - \frac{7}{11}$.

469. а) $2\frac{5}{9} - 1$; б) $2\frac{5}{9} - 1\frac{2}{9}$; в) $2\frac{5}{9} - 1\frac{5}{9}$; г) $2\frac{5}{9} - 1\frac{7}{9}$.

470. а) $2\frac{4}{11} - 1$; б) $2\frac{4}{11} - 1\frac{2}{11}$; в) $2\frac{4}{11} - 1\frac{4}{11}$; г) $2\frac{4}{11} - 1\frac{7}{11}$.



471. Во время соревнований дистанцию 100 м Митя пробежал за $16\frac{57}{100}$ с, а Ваня — на $1\frac{81}{100}$ с быстрее. С каким результатом эту дистанцию пробежал Ваня?



472. Митя, Ваня и Максим принимали участие в эстафете. Митя пробежал свою дистанцию за $15\frac{31}{100}$ с, Ваня — за $13\frac{68}{100}$ с, а Максим — за $10\frac{21}{100}$ с. Какой результат в эстафете имела их команда?

Было выполнено сложение дробей. Какие числа могут быть поставлены вместо звездочек? Восстановите записи. Постарайтесь найти разные варианты.



473. а) $\frac{1}{4} + \frac{1}{*} = \frac{**}{12}$; б) $\frac{1}{5} + \frac{1}{*} = \frac{**}{20}$; в) $\frac{1}{6} + \frac{1}{*} = \frac{**}{30}$; г) $\frac{1}{7} + \frac{1}{*} = \frac{**}{28}$.



474. а) $\frac{1}{8} + \frac{1}{*} = \frac{**}{40}$; б) $\frac{1}{9} + \frac{1}{*} = \frac{**}{18}$; в) $\frac{1}{11} + \frac{1}{*} = \frac{**}{33}$; г) $\frac{1}{15} + \frac{1}{*} = \frac{**}{30}$.



475. а) $\frac{1}{*} + \frac{1}{*} = \frac{**}{12}$; б) $\frac{1}{*} + \frac{1}{*} = \frac{**}{18}$; в) $\frac{1}{*} + \frac{1}{*} = \frac{**}{30}$; г) $\frac{1}{*} + \frac{1}{*} = \frac{**}{32}$.



476. а) $\frac{1}{*} + \frac{1}{*} = \frac{**}{45}$; б) $\frac{1}{*} + \frac{1}{*} = \frac{**}{40}$; в) $\frac{1}{*} + \frac{1}{*} = \frac{**}{24}$; г) $\frac{1}{*} + \frac{1}{*} = \frac{**}{36}$.

477. Какую часть часа составляют:

- а) 1 мин, 2 мин, 10 мин, 20 мин;
- б) 5 мин, 15 мин, 30 мин, 45 мин;
- в) 12 мин, 24 мин, 48 мин;
- г) 1 с, 10 с, 300 с, 600 с?

478. Сколько минут приходится на $\frac{1}{60}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{2}$ часа?



Контрольные задания

Вычислите: а) $1\frac{5}{15} + 2\frac{1}{15}$; б) $3\frac{7}{12} - 1\frac{3}{12}$; в) $1\frac{11}{15} + 2\frac{8}{15}$; г) $3\frac{7}{12} - 2\frac{11}{12}$.

§ 26.

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ОБЫКНОВЕННОЙ ДРОБИ НА НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО

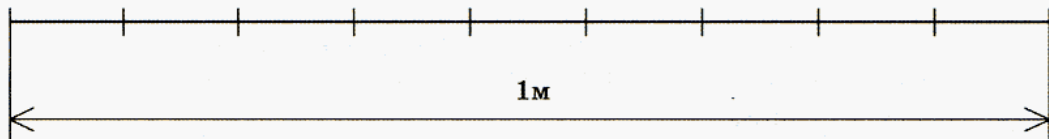


Рис. 83



479. Черепаха за 1 мин проползает $\frac{2}{9}$ м. Какое расстояние она преодолит за 4 мин? Рисунок 83 поможет вам ответить на вопрос задачи. Подумайте, как можно было бы получить тот же результат, не пользуясь рисунком.

Проверьте свои рассуждения.

Если за одну минуту черепаха проползает $\frac{2}{9}$ м, то за 4 мин она преодолет $\frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{2+2+2+2}{9} = \frac{2 \cdot 4}{9} = \frac{8}{9}$ м.

Сумму одинаковых натуральных чисел можно заменить произведением:

$$\underbrace{a + a + \dots + a}_{n \text{ слагаемых}} = an.$$

Так же будем поступать и с дробями:

$$\frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{2}{9} \cdot 4;$$

$$\frac{2}{9} \cdot 4 = \frac{2 \cdot 4}{9}.$$



480. Улитка ползет со скоростью $\frac{3}{14}$ м/мин (рис. 84). Какое расстояние она преодолет за 5 мин?

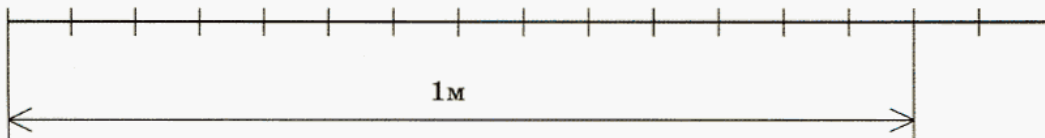


Рис. 84

Как и в предыдущей задаче, получаем:

$$\frac{3}{14} \cdot 5 = \frac{3}{14} + \frac{3}{14} + \frac{3}{14} + \frac{3}{14} + \frac{3}{14} = \frac{3+3+3+3+3}{14} = \frac{3 \cdot 5}{14} = \frac{15}{14}.$$

Итак,

$$\frac{3}{14} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{14}.$$

Проанализируйте равенства, выделенные жирным шрифтом, и попробуйте самостоятельно сформулировать правило умножения обыкновенной дроби на натуральное число.

Вычислите:

481. а) $\frac{5}{7} \cdot 3$; б) $\frac{2}{5} \cdot 5$; в) $\frac{3}{7} \cdot 2$; г) $\frac{4}{15} \cdot 4$.

482. а) $\frac{8}{13} \cdot 6$; б) $\frac{12}{19} \cdot 8$; в) $\frac{3}{8} \cdot 7$; г) $\frac{4}{15} \cdot 9$.

Проверьте, такое ли правило вы использовали.

Чтобы умножить обыкновенную дробь на натуральное число, надо ее числитель умножить на это число: $\frac{a}{b} \cdot n = \frac{an}{b}$.

483. За один час Валера успевает изучить $\frac{1}{100}$ часть учебного пособия для пользователей программы CorelDraw. Какую часть пособия Валера успеет изучить за 10 ч?

484. За одну минуту Сережа успевает очистить от снега $\frac{1}{10}$ часть дорожки. Какую часть дорожки Сережа очистит за 10 мин?



485. Как-то раз Винни-Пух и Пятачок пришли в гости к Кролику и побыли у него почти весь день. За 20 мин они съели $\frac{2}{15}$ запасов Кролика. Какую часть его запасов они съели за час? Как вы думаете, меньшую или большую часть запасов Кролика Винни-Пух с Пятачком съели за этот час? Поясните свой ответ.



486. За одну секунду самолет пролетает $\frac{1}{1000}$ расстояния между городами А и В. Какую часть расстояния самолет пролетит за 10 с? Найдите расстояние между городами А и В, если скорость самолета — 187 м/сек.



487. Все знают историю о том, как Винни-Пух пошел на день рождения к Иа-Иа и понес ему в подарок горшочек с медом. Как известно, весь мед по дороге он съел. Предположим, что за одну минуту он съед $\frac{1}{20}$ содержимого горшочка.



Ответьте на вопросы.

а) Какую часть меда Винни-Пух съел за 5 мин?

б) За какое время он съел половину?

в) Сколько граммов меда было в горшочке, если за одну минуту Винни-Пух съедал 30 г?

г) Какую часть пути Винни-Пух шел с пустым горшочком, если на весь путь у него ушло 30 мин?



488. Один насос заполняет танк¹ для хранения нефти за 4 ч, а другой — за 16 ч. Какая часть танка будет заполнена через 3 ч, если оба насоса будут включены одновременно?



489. Фрезеровщик может обработать партию деталей за 3 ч, а его ученик — за 6 ч. Успеют ли они обработать это количество деталей за 2 ч, если будут работать одновременно?



490. Яблочный пирог был разрезан на 15 частей. Слава и трое его друзей съели 8 кусочков. Какую часть пирога они съели? Какую часть пирога съел каждый, если известно, что все съели поровну? Рисунок 85 поможет вам ответить на вопрос задачи.



Рис. 85

Подумайте, как тот же результат можно было бы получить, не пользуясь рисунком.

Проверьте свои рассуждения.

Каждый кусочек составляет $\frac{1}{15}$ пирога, а 8 кусочков — $\frac{8}{15}$. Чтобы ответить на вопрос задачи, надо $\frac{8}{15}$ разделить на 4. Если 8 равных частей, каждая из которых равна $\frac{1}{15}$, разделить на четверых, каждый получит по 2 части, т. е. по $\frac{2}{15}$ пирога.

$$\text{Таким образом, } \frac{8}{15} : 4 = \frac{8 : 4}{15} = \frac{2}{15}.$$

¹ Танк (от англ. tank — цистерна) — судовая цистерна танкера (судна для перевозки жидких грузов — нефти, кислоты).



491. Выполните деление, рассуждая аналогично:

1) $\frac{6}{7} : 2$; 2) $\frac{8}{25} : 4$; 3) $\frac{15}{34} : 3$; 4) $\frac{5}{8} : 5$.

А как разделить на натуральное число дробь, числитель которой на это число не делится? Например, $\frac{7}{8} : 5$. Попробуйте заменить дробь $\frac{7}{8}$ равной ей дробью, числитель которой будет делиться на 5.

Если вы все сделали правильно, то ваше решение должно быть таким:

$$\frac{7}{8} : 5 = \frac{7 \cdot 5}{8 \cdot 5} : 5 = \frac{7 \cdot 5 : 5}{8 \cdot 5} = \frac{7}{8 \cdot 5} = \frac{7}{40}.$$

Итак, $\frac{7}{8} : 5 = \frac{7}{8 \cdot 5} = \frac{7}{40}$.



492. Выполните деление, проводя аналогичные рассуждения, и постарайтесь самостоятельно сформулировать правило деления обыкновенной дроби на натуральное число:

а) $\frac{5}{11} : 6$; б) $\frac{4}{5} : 7$; в) $\frac{3}{7} : 4$.

493. Валя разрезала пиццу пополам и одну половину съела. Неожиданно к ней в гости пришли четверо друзей. Оставшуюся пиццу Валя разделила поровну между ними. Какая часть пиццы досталась каждому из гостей?

494. Чтобы накормить троих друзей, Марина разделила между ними поровну имевшиеся $\frac{3}{8}$ батона колбасы и $\frac{1}{4}$ батона хлеба. Какая часть батона колбасы и какая часть батона хлеба досталась каждому?

Проверьте, такое ли правило деления дроби на натуральное число вы использовали при решении задач.

Если числитель дроби $\frac{a}{b}$ делится на натуральное число n , то, чтобы разделить эту дробь на n , надо ее числитель разделить на

это число:

$$\frac{a}{b} : n = \frac{a:n}{b}.$$

Если числитель дроби $\frac{a}{b}$ не делится на натуральное число n , то, чтобы разделить эту дробь на n , надо ее знаменатель умножить

на это число:

$$\frac{a}{b} : n = \frac{a}{bn}.$$

Заметим, что второе правило справедливо и в том случае, когда числитель делится на n . Поэтому мы можем его применять тогда, когда трудно с первого взгляда определить, делится числитель дроби на n или нет.

Вычислите:

495. а) $\frac{6}{7} : 2$; б) $\frac{1}{7} : 2$; в) $\frac{15}{11} : 5$; г) $\frac{17}{11} : 5$.

496. а) $\frac{24}{25} : 6$; б) $\frac{17}{31} : 3$; в) $\frac{16}{19} : 5$; г) $\frac{18}{23} : 9$.



497. Гусеница за 6 мин проползла $\frac{5}{9}$ м. С какой скоростью ползет гусеница? Какое расстояние она преодолет за 9 мин?



498. За 10 дней Кот Матроскин заготовил $\frac{2}{3}$ необходимого на зиму количества дров. Какую часть дров он успевал заготовить за 1 день? Какую часть дров он успеет заготовить за 15 дней?





499. Чтобы заполнить $\frac{3}{10}$ бензобака автомобиля требуется 21 с. Какая часть бензобака заполнится за 1 мин?



500. На прополку $\frac{2}{7}$ поля требуется 3 дня. Какую часть поля смогут прополоть за 5 дней?

501. Увеличьте в 10 раз $1, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{10000}$.

502. Уменьшите в 10 раз $1, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{10000}$.

Вычислите:



503. а) $\left(\frac{1}{6} + \frac{2}{3}\right) \cdot 3;$

в) $\left(\frac{1}{8} + \frac{3}{4}\right) : 5;$

д) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot 2;$

б) $\left(\frac{17}{30} - \frac{2}{15}\right) : 13;$

г) $\left(\frac{4}{3} + \frac{1}{9}\right) \cdot 4;$

е) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \cdot 3.$



504. а) $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \cdot 5;$

в) $\left(\frac{7}{10} - \frac{1}{5}\right) : 3;$

д) $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) : 10;$

б) $\left(\frac{5}{7} + \frac{1}{21}\right) : 2;$

г) $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right) \cdot 5;$

е) $\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{4}\right) : 7.$



Контрольные задания

Вычислите: 1) $\frac{2}{3} \cdot 6;$ 2) $\frac{8}{11} : 4;$ 3) $\frac{3}{7} : 5.$

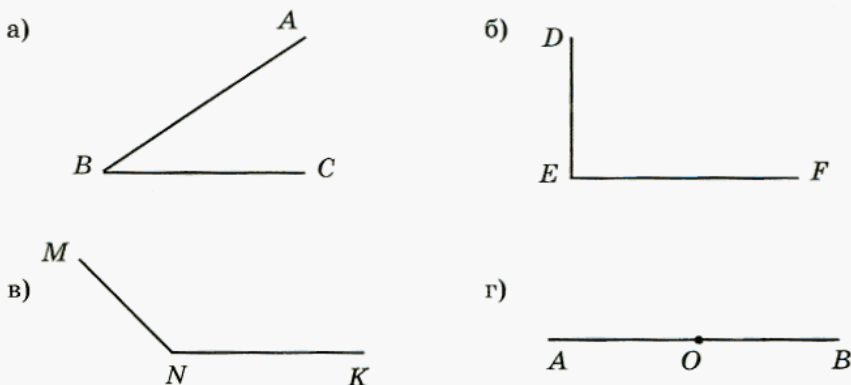


Рис. 86

Какие фигуры изображены на рисунке 86? Что у них общего?

Вероятно, вы заметили, что общим для всех рисунков является то, что на каждом из них изображены пары лучей, имеющие общее начало. Назовите эти лучи.

На рисунке 86(г) точка O разбивает прямую AB на два луча с общим началом. Такие лучи называют **дополнительными**, или **противоположными**. Постарайтесь объяснить, почему они получили такое название.

Как вы наверняка заметили, на первых трех рисунках каждая пара лучей образует угол. Постарайтесь объяснить, что такое угол, или, как говорят математики, дать *определение* угла. Попробуйте начать так: «Угол — это фигура...» — или так: «Углом называется фигура...»

Сравните свое определение угла с таким определением:

угол — это фигура, образованная двумя лучами, имеющими общее начало.

Можно ли, опираясь на это определение, утверждать, что фигура, образованная дополнительными лучами, это угол? Можно ли, опираясь на ваше определение, утверждать то же самое?

Проверьте свои рассуждения. Дополнительные лучи имеют общее начало, их всего два, значит, они образуют угол.

Такие углы называют **развернутыми**. Как бы вы сформулировали определение развернутого угла?

Проверьте, такое ли определение развернутого угла вы дали:

развернутый угол — это угол, образованный дополнительными лучами.



505. Выполните задания, используя рисунок 86:

- объясните, что такое сторона угла и назовите стороны изображенных углов;
- объясните, что такое вершина угла и назовите вершины изображенных углов;
- назовите данные углы по «именам» и запишите их.

Проверьте, так ли вы выполнили задания.

Рассмотрим первый угол. Лучи BA и BC — это **стороны** угла, а точка B , их общее начало, — **вершина** угла. Обозначать угол можно двумя способами:

1) тремя буквами, причем буква, обозначающая вершину, пишется в середине — угол ABC ;

2) одной буквой — той, которой обозначена вершина, — угол B .

Слово «угол» часто заменяют значком $\angle$, так, вместо «угол ABC » пишут $\angle ABC$, а вместо «угол B » — $\angle B$. На рисунке 86 изображены углы: $\angle ABC$, $\angle DEF$, $\angle MNK$, $\angle AOB$.

506. Начертите три угла и обозначьте их так, чтобы это были $\angle AOD$, $\angle BLC$, $\angle MKN$.

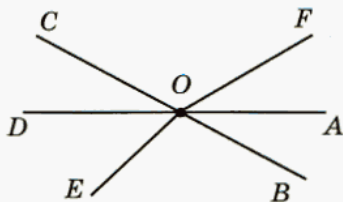


Рис. 87

507. На рисунке 87 найдите развернутые углы и запишите их названия.

508. Начертите два угла с общей стороной:

- а) составляющие развернутый угол;
- б) не составляющие развернутый угол.



509. Прочитайте задачу. Постарайтесь найти разные способы решения.

В двух коробках 16 кг печенья. Найдите массу печенья в каждой коробке, если в одной из них печенья на 4 кг больше, чем в другой.

Проверьте, так ли вы решали задачу:

I способ.

Если из первой коробки достать 4 кг печенья, то в обеих коробках печенья станет поровну, а всего останется $16 - 4 = 12$ (кг) печенья. Тогда в каждой коробке будет $12 : 2 = 6$ (кг) печенья. Но это как раз та масса печенья, которая была во второй коробке. Теперь можем узнать массу печенья в первой коробке: $6 + 4 = 10$ (кг).

О т в е т: масса печенья в первой коробке — 10 кг, а во второй — 6 кг.

II способ.

Если во вторую коробку добавить 4 кг печенья, то в обеих коробках печенья станет поровну, а всего в двух коробках станет $16 + 4 = 20$ (кг) печенья. Тогда в каждой коробке станет $20 : 2 = 10$ (кг) печенья. Но это как раз та масса печенья, которая была в первой коробке. Теперь можем узнать массу печенья во второй коробке: $10 - 4 = 6$ (кг).

О т в е т: масса печенья в первой коробке — 10 кг, а во второй — 6 кг.

Рассмотренные способы решения задачи — это фактически один и тот же арифметический способ, в данном случае — *способ уравнивания*. Подумайте, почему он получил такое название.

Скорее всего, вы догадались: в каждом случае первым шагом в решении задачи было уравнивание массы печенья в коробках.

III способ.

Обозначим массу печенья во *второй* коробке буквой x кг.

Тогда масса печенья в первой коробке будет равна $(x + 4)$ кг, а масса печенья в двух коробках — $((x + 4) + x)$ кг.

Но, по условию задачи, в двух коробках было 16 кг печенья. Значит, можем составить уравнение

$$(x + 4) + x = 16.$$

Решив его, получаем значение $x = 6$.

Итак, мы получили, что во второй коробке было 6 кг печенья, значит, в первой было $6 + 4 = 10$ (кг) печенья.

О т в е т: масса печенья в первой коробке — 10 кг, а во второй — 6 кг.

IV способ.

Обозначим массу печенья в *первой* коробке буквой x кг.

Тогда масса печенья во второй коробке будет равна $(x - 4)$ кг, а масса печенья в двух коробках — $(x + (x - 4))$ кг.

По условию задачи, в двух коробках было 16 кг печенья. Составим уравнение

$$x + (x - 4) = 16.$$

Отсюда $x = 10$.

Итак, мы получили, что в первой коробке было 10 кг печенья, значит, во второй было $10 - 4 = 6$ (кг) печенья.

О т в е т: масса печенья в первой коробке — 10 кг, а во второй — 6 кг.

III и IV способы решения задачи — это один и тот же способ: алгебраический. Объясните, в чем отличие арифметического способа от алгебраического?

Проверьте себя.

Решая задачу алгебраическим способом, обозначают неизвестную величину буквой, составляют уравнение по условию задачи и решают его.

Когда задача решается арифметическим способом, уравнение не составляют.

У этой задачи есть и другие способы решения. Постарайтесь найти еще хотя бы один.

Решите задачу № 510 арифметическим и алгебраическим способами, рассуждая так же, как при решении задачи № 509.

510. С трех участков земли собрали 156 ц картофеля. С первого и второго участков картофеля собрали поровну, а с третьего — на 12 ц больше, чем с каждого из первых двух. Сколько картофеля собрали с каждого участка?

Если эту задачу не удалось решить алгебраически, то следующее задание поможет вам сделать это.



511. С трех участков земли собрали 156 ц картофеля. С первого участка собрали x ц картофеля, со второго — столько же, сколько с первого, а с третьего — на 12 ц больше, чем с каждого из первых двух.

1) Запишите выражения для следующих величин:

- масса картофеля, собранного со второго участка;

- масса картофеля, собранного с третьего участка;
- масса картофеля, собранного с трех участков.

2) Сопоставьте полученные выражения с условием задачи и найдите равные величины. Ответ запишите в виде уравнения.

3) Какую величину вы найдете, если решите полученное уравнение? Решите его.

4) Сколько картофеля собрали со второго и сколько — с третьего участка?



512. На двух полках стоит 185 книг. На первой полке стоит x книг, а на второй — на 27 книг больше.

Запишите выражения для следующих величин:

- число книг на второй полке;
- число книг на двух полках.

Сопоставьте полученные выражения с условием задачи и найдите равные величины. Ответ запишите в виде равенства.

Решите полученное уравнение.

Подумайте, можно ли сказать, что уравнение, составленное по условию задачи, — это математическая модель ситуации, описанной в задаче. Придумайте задачу на движение, при решении которой получилось бы такое же уравнение, как в предыдущей задаче.



513. Сумма трех слагаемых равна 15 731. Одно из них 6485, второе на 4163 меньше. Найдите третье слагаемое.



514. Вычитаемое уменьшено на 262. Как надо изменить уменьшаемое, чтобы:

- а) разность осталась без изменения?
- б) разность уменьшилась на 74?
- в) разность увеличилась на 35?



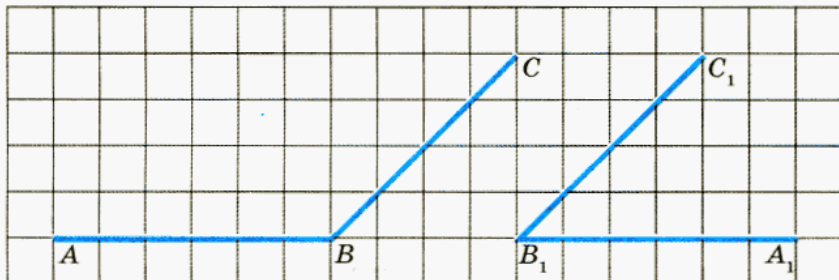
Контрольные задания

1. Начертите две прямые MN и KL , пересекающиеся в точке A . Запишите названия всех углов, которые получились. Какие из них развернутые?
2. Как называются лучи, образующие развернутый угол?
3. Начертите развернутый угол COD . Проведите луч OA , запишите названия получившихся углов и укажите вид (острый, тупой, прямой) каждого из получившихся углов.

§ 28.

СРАВНЕНИЕ УГЛОВ НАЛОЖЕНИЕМ

а)



б)

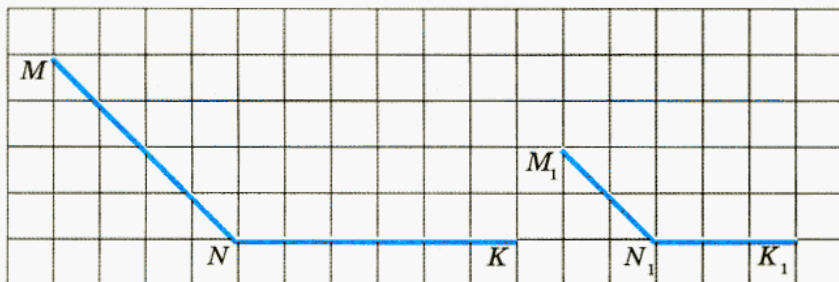


Рис. 88

Вы знаете, что равные фигуры можно совместить так, что они совпадут. Можно ли это сделать с углами, изображенными на рисунке 88(а)? А на рисунке 88(б)? Попробуйте ответить на этот вопрос, используя прозрачную пленку. Можно ли сказать, что стороны угла MNK длиннее сторон угла $M_1N_1K_1$?

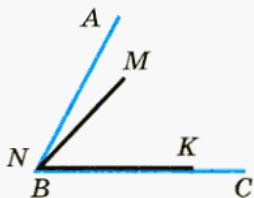


Рис. 89

На рисунке 89 показано, как попытались совместить углы ABC и MNK , но это оказалось невозможным. Понятно, что эти углы не равны. Заметим, что угол MNK целиком оказался внутри угла ABC . Поэтому естественно считать, что угол MNK меньше угла ABC : $\angle MNK < \angle ABC$.



515. Выполните задания:

1) Сравните с углом $\angle AOC$ (рис. 90) углы $\angle MKN$, $\angle AOB$ и $\angle BOC$. Обоснуйте свой ответ.

2) Проверьте, так ли вы рассуждали: $\angle AOC$ и $\angle MKN$ равны, так как они совпадают; углы $\angle AOB$ и $\angle BOC$ меньше угла $\angle AOC$, так как они целиком расположены внутри него.

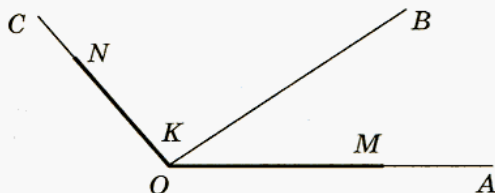


Рис. 90

516. Сравните углы (рис. 91). В случае затруднений воспользуйтесь пленкой.

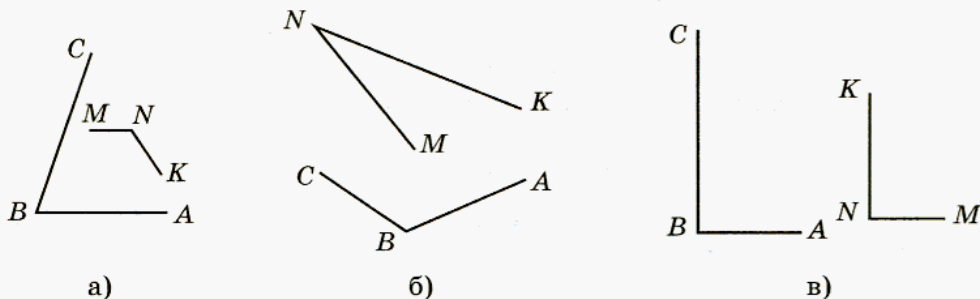


Рис. 91



517. а) Сравните угол $\angle ABC$ восьмиугольника $ABCDEFGH$ с углом $\angle A_1B_1C_1$ треугольника $A_1B_1C_1$ (рис. 92).

б) Запишите названия остальных углов треугольника $A_1B_1C_1$ и сравните их с углом $\angle A_1B_1C_1$, используя прозрачную пленку.

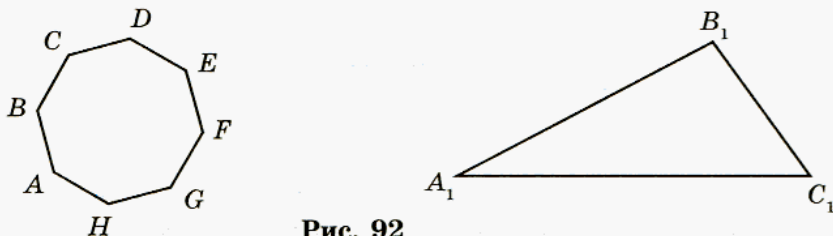


Рис. 92



518. Из двух городов, расстояние между которыми 135 км, выехали одновременно навстречу друг другу два велосипедиста. Скорость одного из них — 13 км/ч. Какова скорость второго, если известно, что они встретились через 5 ч после выезда? Постарайтесь найти разные способы решения этой задачи.



519. 1. Масса трех кусков мрамора — 280 кг. Первый кусок на 32 кг тяжелее второго, а второй — на 14 кг легче третьего. Найдите массу каждого куска мрамора. Решите задачу арифметическим способом.



2. Обозначьте массу второго куска мрамора буквой x и составьте выражения для следующих величин:

- масса первого куска мрамора;
- масса третьего куска мрамора;
- масса трех кусков мрамора.

а) Значение какого из полученных выражений указано в условии задачи? Ответ запишите в виде уравнения.

б) Решите полученное уравнение.



Контрольное задание

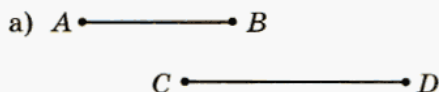
Отметьте точку O и проведите лучи OA , OB и OC так, чтобы $\angle AOB$ был меньше, чем $\angle BOC$.

§ 29.

ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ

Сравните два задания:

«Определите, какой из двух отрезков на рисунке 93(а) больше и на сколько».



«Определите, какой из двух углов на рисунке 93(б) больше и на сколько».

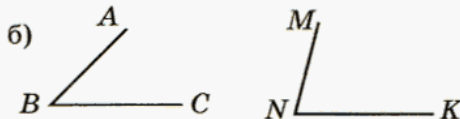


Рис. 93

Сможете ли вы выполнить оба задания полностью? Каких знаний и умений вам не хватает, чтобы выполнить второе задание?

Проверьте себя.

Для того чтобы определить *на сколько* один угол больше (или меньше) другого, мы должны уметь измерять углы, а для этого нужно:

- знать, какой прибор служит для измерения углов;
- знать единицу измерения углов.



520. Вычислите, выберите правильный ответ и заполните таблицу. Зашифрованное слово — название инструмента, который служит для измерения углов.

1) $26 + 33$

Е. 69; Т. 59; К. 58.

2) $58 - 34$

Р. 24; У. 28; А. 34.

3) $18 \cdot 3$

О. 32; А. 54; Е. 44.

4) $42 : 7$

К. 28; М. 7; Н. 6.

5) $15 \cdot 5$

С. 75; К. 25; О. 20.

6) $32 - 16$

К. 26; И. 22; П. 16.

7) $36 \cdot 4$

А. 72; И. 96; О. 144.

8) $72 : 9$

Р. 8; К. 9; Л. 7.

9) $44 + 56$

Т. 100; А. 82; Е. 90.

10) $280 : 4$

А. 7; У. 80; И. 70.

11) $35 \cdot 20$

Н. 70; К. 15; Р. 700.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

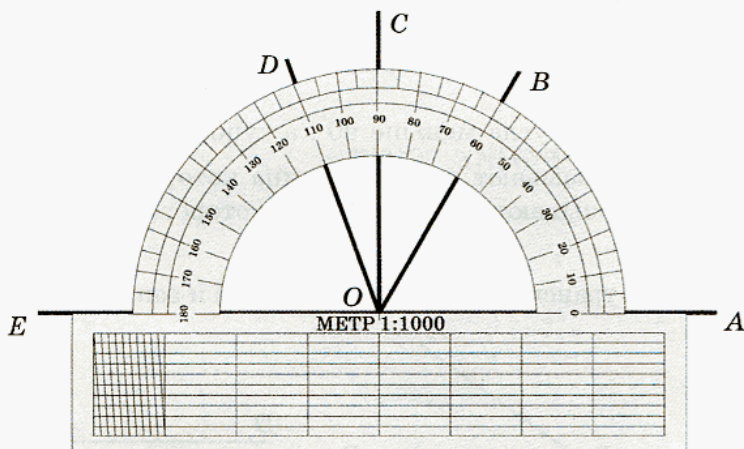


Рис. 94

Если вы правильно выполнили вычисления, у вас должно было получиться слово **транспортир**.

Транспортир изображен на рисунке 94 (см. стр. 143).

Чтобы получить деления транспортира, развернутый угол разделили на 180 равных частей — 180 равных углов. Величина одного такого угла принята за единицу (меру) измерения углов, которая называется **градусом** (лат. *gradus* — шаг, ступень, степень).

1 градус — это единица измерения углов.

Обозначение — 1° .

1° — это угол, величина которого равна $\frac{1}{180}$ развернутого угла. Величину угла, выраженную в градусах, называют **градусной мерой** угла.



521. На рисунке 94 (см. стр. 143) показано, как надо прикладывать транспортир к углу, чтобы выполнить измерение. Определите, скольким градусам соответствует одно деление этого транспортира, и выполните задания.

1) Запишите градусные меры углов AOB , AOC , AOD и AOE . Какой из этих углов развернутый, какой — прямой?

2) До сих пор вам были известны такие названия углов, как «прямой» и «развернутый». Для таких углов, как AOB и AOD , тоже есть специальные названия: угол AOB — острый, а угол AOD — тупой. Сравните величины углов AOB и AOD с величиной прямого угла. Используя полученные результаты, постарайтесь объяснить, какой угол называют острым; тупым.

Проверьте себя.

1) $\angle AOB = 60^\circ$, $\angle AOC = 90^\circ$ — прямой, $\angle AOD = 110^\circ$ и $\angle AOE = 180^\circ$ — развернутый.

2) Величина острого угла меньше 90° , а тупого — больше 90° .

Острым углом называют угол, величина которого меньше 90° .

Тупым углом называют угол, величина которого больше 90° , но меньше 180° .

522. Измерьте транспортиром углы (рис. 95) и запишите их величины.

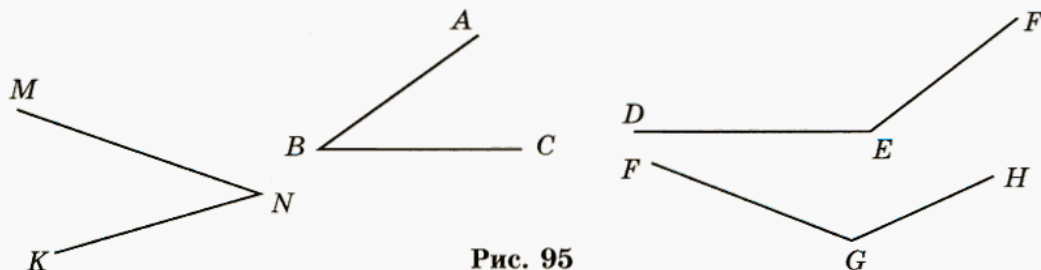


Рис. 95

523. Определите вид каждого из следующих углов и начертите их с помощью транспортира:

- а) $\angle ABC = 75^\circ$; в) $\angle DEF = 30^\circ$; д) $\angle PST = 45^\circ$;
 б) $\angle MNK = 120^\circ$; г) $\angle LNP = 145^\circ$; е) $\angle QEH = 130^\circ$.



524. Постарайтесь определить на глаз градусные меры углов, изображенных на рисунке 96, и запишите их. Проверьте себя. На сколько вы ошиблись?

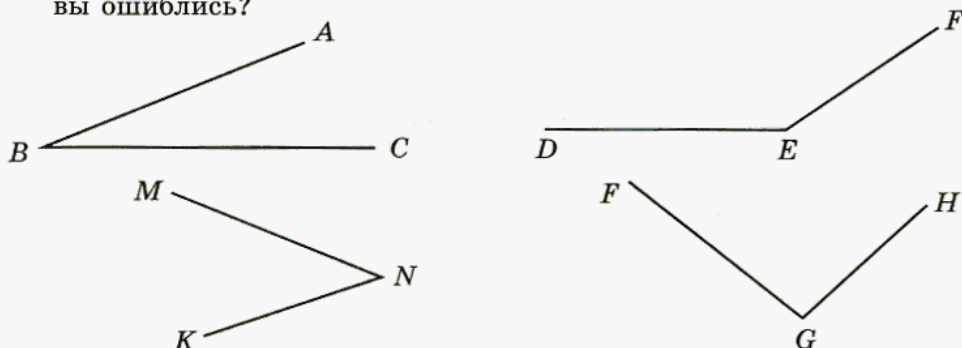


Рис. 96



525. Начертите на альбомном листе бумаги несколько острых и тупых углов и потренируйте свой глазомер, определяя их градусную меру.



526. Какую часть развернутого угла составляет угол:

- а) 1° , 3° , 10° , 50° ; в) 45° , 135° , 80° , 12° ;
 б) 30° , 60° , 90° , 120° , 150° ; г) 15° , 18° , 36° , 20° ?



527. Начертите угол, градусная мера которого равна:

- а) $\frac{1}{2}$ прямого угла; г) $\frac{1}{4}$ развернутого угла;
 б) $\frac{1}{3}$ прямого угла; д) $\frac{1}{3}$ развернутого угла;
 в) $\frac{2}{3}$ прямого угла; е) $\frac{3}{4}$ развернутого угла.



528. Определите величину угла:

- а) $\frac{1}{10}$ которого равна 15° ; в) $\frac{6}{7}$ которого равны 12° ;
 б) $\frac{2}{5}$ которого равны 8° ; г) $\frac{9}{11}$ которого равны 18° .

529. От Москвы до Курска 537 км. Из Москвы в Курск вышел поезд со скоростью 60 км/ч и через 6 ч, в 20 ч 55 мин, встретил на промежуточной станции пришедший в это же время поезд, который вышел из Курска в Москву в 17 ч 55 мин. Какова скорость второго поезда?

530. (Старинная задача.) Кусок бязи и кусок ситца имеют одинаковую длину, но 1 м бязи на 4 р. дороже, чем 1 м ситца. Весь кусок ситца стоит 105 р., а кусок бязи — 165 р. Сколько метров ткани в каждом куске и какова цена 1 м бязи и 1 м ситца?



Контрольные задания

1. Начертите развернутый угол MNK и проведите луч NL так, чтобы $\angle KNL = 65^\circ$. Определите величину угла MNL .

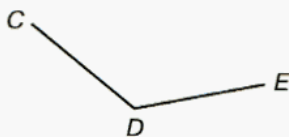
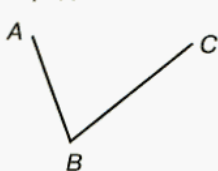


Рис. 97

2. Измерьте углы (рис. 97), запишите результаты измерений и укажите вид каждого угла.

§ 30.

БИСЕКТРИСА УГЛА

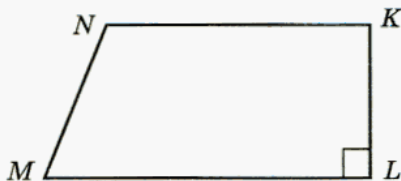


Рис. 98

Равные углы на геометрических чертежах принято отмечать одинаковым количеством дуг так, как это показано на рисунке 98: в четырехугольнике $ABCD$ $\angle A = \angle C$, а $\angle B = \angle D$.

Прямые углы принято выделять маленьким квадратиком: в четырехугольнике $MNKL$ $\angle L$ — прямой.



531. Начертите две пересекающиеся прямые. Отметьте те углы, которые вы считаете равными.

Постарайтесь не забыть о развернутых углах.

Вырежем из бумаги угол и перегнем так, чтобы его стороны совместились. Проведем по линии сгиба луч. Этот луч называется **биссектрисой угла**. Сравните углы, на которые биссектриса разделила наш угол. Ответ обоснуйте.

Попробуйте дать определение биссектрисы. Воспользуйтесь для этого рисунком 99.

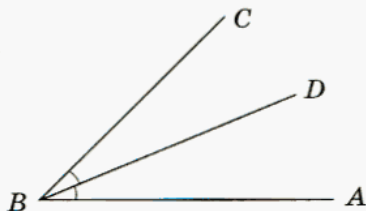


Рис. 99

Сравните свое определение с таким определением:

биссектриса угла — это луч с началом в вершине угла, делящий угол на два равных угла.



Рис. 100

532. Проверьте свой глазомер: попытайтесь без транспортира определить, какие из лучей на рисунке 100 являются биссектрисами соответствующих углов. Проверьте свои предположения измерением.



533. а) Сколько углов получается при пересечении двух прямых? Сколько среди них развернутых?

б) Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, имеет величину 80° . Вычислите величины остальных углов.



534. Один из углов, образованных двумя пересекающимися прямыми, равен 25° . Найдите величины остальных углов.



535. Внимательно рассмотрите рисунок 101. Является ли диагональ квадрата биссектрисой его угла? А диагональ прямоугольника? Попробуйте обосновать свой ответ. На какие два угла биссектриса делит развернутый угол?

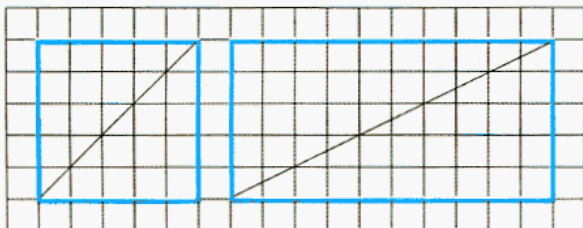


Рис. 101



536. 1) Изобразить на тетрадном листе бумаги угол 45° без транспортира довольно просто. Подумайте, как это сделать.

2) Попробуйте изобразить угол 30° без транспортира, а затем проверьте себя. На сколько вы ошиблись? Выполните то же самое для следующих углов:

а) 40° , 50° , 70° ; б) 120° , 135° , 150° .



537. Отметьте в тетради точку. Проведите три луча с началом в этой точке так, чтобы все образовавшиеся углы были тупыми. Подумайте, можно ли провести 4 луча с таким же условием. Постарайтесь обосновать свой ответ.



538. Каково наименьшее число лучей, которые надо провести из одной точки так, чтобы все образовавшиеся углы были острыми? Ответ обоснуйте.



539. Опишите конфигурацию (взаимное расположение фигур или их частей) на рисунке 102. Найдите величины острых углов.

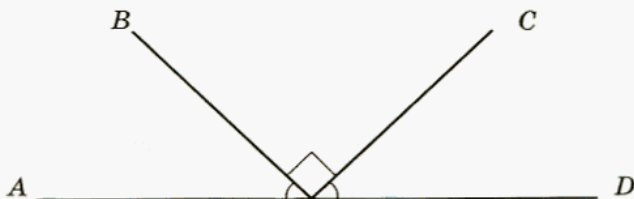


Рис. 102

У 540. $\angle MON = 75^\circ$, $\angle NOA = 105^\circ$, $\angle AOB = 75^\circ$. Могут ли пары лучей OM и OA , ON и OB быть дополнительными лучами?

О 541. Начертите в тетради прямой угол MON . Проведите внутри него луч OC . Какой будет величина угла между биссектрисами углов MOC и CON ?

542. Вычислите:

а) $435 \cdot 17 + 3008$;

в) $27 \cdot 64 + 89 \cdot 502$;

б) $435 \cdot (17 + 3008)$;

г) $27 \cdot (64 + 89) \cdot 502$.

О 543. Библиотеке надо переплести 960 книг. Одна переплетная мастерская может выполнить эту работу за 16, другая — за 24 и третья — за 48 дней. В какой срок могут выполнить эту работу три мастерские, работая одновременно, и сколько книг успеет переплести каждая мастерская? Можно ли распределить книги между мастерскими так, чтобы эта работа была выполнена за более короткий срок?

У 544. 1) Решите задачу.

На первом элеваторе зерна в три раза больше, чем на втором. Если с первого элеватора вывезти 850 т, а со второго — 150 т, то на обоих элеваторах зерна останется поровну. Какое количество зерна было на первом элеваторе?

Если вы догадались составить к задаче такую схему, то, возможно, вы смогли решить ее устно (рис. 103):

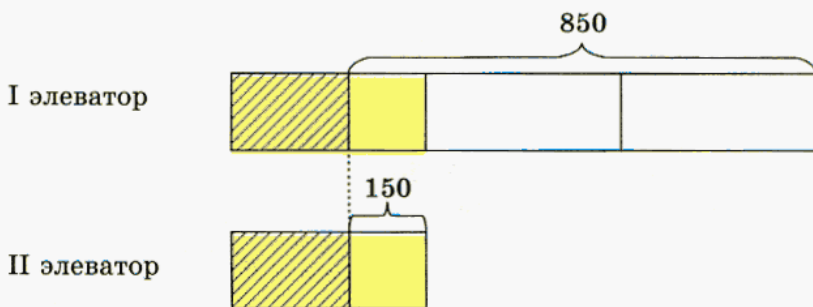


Рис. 103

2) Обозначьте буквой x количество зерна на втором элеваторе. Подумайте, для каких величин можно составить выражения с этой буквой, и запишите их.

3) Составьте математическую модель задачи.



Контрольные задания

1. Объясните, что такое биссектриса угла.
2. Постройте $\angle ABC = 70^\circ$ и проведите его биссектрису. Какова градусная мера образовавшихся углов?

§ 31.

ТРЕУГОЛЬНИК

Угольники



545. 1) На рисунке 104 изображены знакомые вам чертежные инструменты — угольники. Что у них общего? Чем они отличаются?

2) Постройте при помощи угольника прямой угол.

3) Измерьте острые углы угольников.

4) Проверьте себя: у первого угольника острые углы составляют 30° и 60° , а у второго — по 45° . Запомните эти результаты, они понадобятся нам в дальнейшем.



Рис. 104



546. Опишите рисунок 105. Ответьте на вопросы и выполните задания:

1) Какова величина угла ABC ?

2) Как с помощью угольников можно построить углы 120° , 105° , 15° ? Покажите это, используя свои угольники.

3) Подумайте и запишите, какие еще углы можно построить при помощи чертежных угольников.

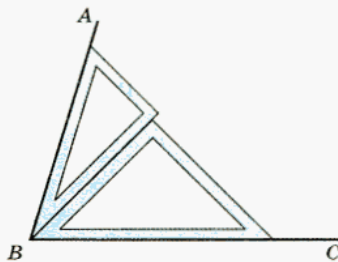


Рис. 105



547. На теплоходе имеется равное количество 8-местных и 12-местных спасательных шлюпок, в которых могут разместиться 340 человек. Сколько человек могут разместиться в 8-местных и сколько — в 12-местных шлюпках?

548. Вычислите:

а) $240 : 8 - 300 : 20 + 576 : 32$;

б) $((160\,240 : 8 + 7\,997\,000 : 100) : 1000 \cdot 7 + 947) \cdot 100$.

Вычислите устно:

549. а) $47 \cdot 9$;

в) $68 \cdot 99$;

д) $32 \cdot 98$;

ж) $18 \cdot 199$;

б) $34 \cdot 9$;

г) $59 \cdot 99$;

е) $56 \cdot 98$;

з) $54 \cdot 199$.

550. Используя рисунок 106, составьте математическую модель ситуации, обозначив буквой x массу одного апельсина:

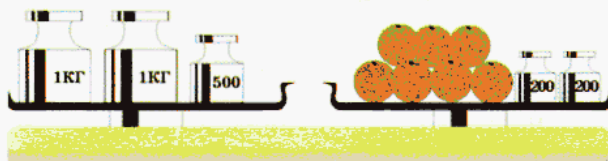


Рис. 106



551. 1) Прочитайте задачу.

В магазине было два куска сатина одинаковой длины: синий и зеленый. После того как синего сатина продали 28 м, а зеленого — 45 м, синего сатина осталось вдвое больше, чем зеленого. Сколько сатина было в каждом куске первоначально?

2) Составьте к этой задаче математическую модель в виде схемы, аналогичной той, которая была составлена к задаче № 544 про элеваторы с зерном, и решите ее устно.

3) Составьте математическую модель задачи, последовательно выполнив следующие задания:

а) Обозначьте буквой x количество ткани, оставшейся во втором куске, подумайте, для каких величин можно составить выражения с этой буквой, и запишите эти выражения.

б) Какие из составленных вами выражений соответствуют равным величинам? Ответ запишите в виде уравнения.

Сравните свою схему к задаче № 551 со схемой на рисунке 107.

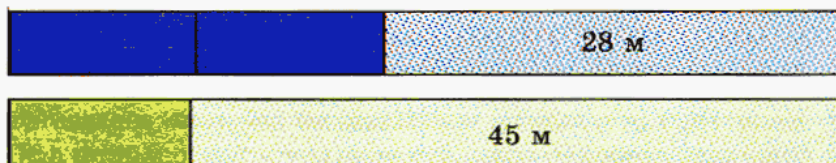


Рис. 107

Виды треугольников

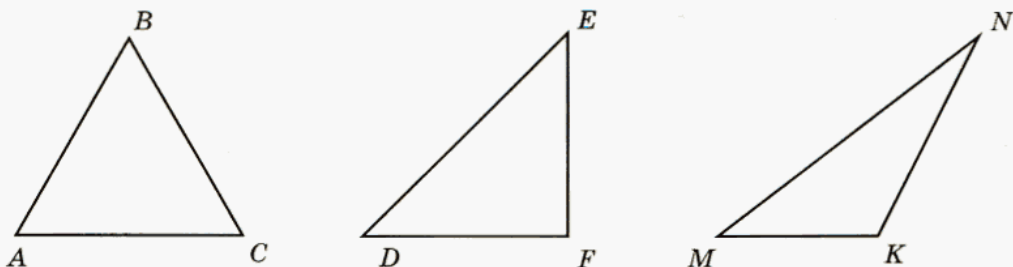


Рис. 108

Назовите треугольники, изображенные на рисунке 108.

В треугольнике ABC все углы острые. Такие треугольники называют *остроугольными*. В треугольнике DEF есть прямой угол, а в треугольнике MNK — тупой. Как бы вы назвали такие треугольники?

Постарайтесь сформулировать определения для каждого вида треугольников.

Подумайте, верны ли такие определения:

- 1) прямоугольный треугольник — это треугольник, в котором есть прямой угол;
- 2) тупоугольный треугольник — это треугольник, в котором есть тупой угол;
- 3) остроугольный треугольник — это треугольник, в котором есть острый угол;
- 4) остроугольный треугольник — это треугольник, в котором все углы острые.

Проверьте себя.

Из данных определений неверно только третье, потому что в каждом треугольнике есть хотя бы один острый угол.



552. Запишите выражение для периметра треугольника ABC и упростите его, если:

- а) $AB = x$ см, BC в 2 раза больше AB , а AC на 7 см меньше BC .
- б) $AB = y$ см, BC в 4 раза больше AB , а AC на 10 см меньше BC .



553. Используя результаты предыдущего задания, составьте уравнения и найдите стороны, зная, что периметр треугольника ABC равен:

- а) 68 см; б) 197 см.



554. Запишите выражение для периметра треугольника MNK и упростите его, если:

а) $MN = a$ см, NK на 30 см меньше MN , а KM в 4 раза больше NK .

б) $MN = b$ см, NK на 12 см больше MN , а KM в 2 раза больше NM .



555. Используя результаты предыдущего задания, составьте уравнения и найдите стороны, зная, что периметр треугольника MNK равен: а) 108 см; б) 164 см.

Вычислите устно:

556. а) $31 \cdot 11$; б) $38 \cdot 101$; в) $45 \cdot 102$; г) $45 \cdot 998$.

557. а) $78 \cdot 11$; б) $67 \cdot 101$; в) $89 \cdot 102$; г) $428 \cdot 9$.

558. а) $69 \cdot 11$; б) $88 \cdot 101$; в) $73 \cdot 999$; г) $276 \cdot 9$.

559. Вычислите:

а) $((24 \cdot 250 + 18 \cdot 350) : 60 \cdot 40 + (44 \cdot 4500 + 108 \cdot 1500) : 20) : 40$;

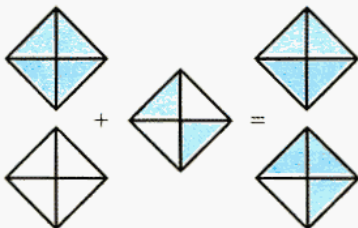
б) $((32 \cdot 125 + 256 \cdot 55) : 1130 \cdot 1250 - (45 \cdot 76 + 98 \cdot 25)) : 1570$.



560. а) Сумма двух чисел равна 790, а их разность равна 200. Найдите оба числа. Постарайтесь решить эту задачу двумя способами: арифметическим и алгебраическим.

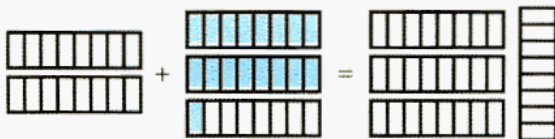
б) На одну чашу весов поставлены гири массой по 5 кг, а на другую — по 3 кг, всего 24 гири. Весы находятся в равновесии. Сколько гирь находится на одной и сколько — на другой чаше?

561. На рисунке 109 закрасьте фигуры там, где это необходимо, и запишите соответствующие равенства.



$$\square + \frac{2}{4} = 1\frac{3}{4}$$

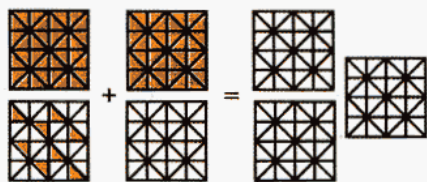
а)



$$1\frac{1}{2} + \square = 3\frac{5}{8}$$

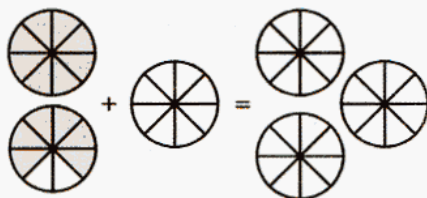
б)

Рис. 109 (начало)



$$\square + \square = 2\frac{7}{8}$$

в)



$$\square + \frac{3}{8} = \square$$

г)

Рис. 109 (окончание)



562. 1) Постарайтесь у себя в тетради начертить треугольник со сторонами 2 см, 3 см и 5 см.

2) Объясните, почему вам не удалось этого сделать, т. е. почему треугольника с такими сторонами не существует.



563. Какой может быть сторона треугольника, если две другие его стороны равны 9 см и 5 см?



564. 1) Существуют ли треугольники со сторонами:

<i>a</i>	8	3	5	21	11	10
<i>b</i>	7	14	11	6	21	22
<i>c</i>	12	10	9	13	10	11

2) Постарайтесь сформулировать правило о том, какой должна быть сумма двух сторон треугольника.

565. Можно ли составить треугольник из отрезков с длинами:

- а) 20 см, 30 см и 10 см;
- б) 30 см, 40 см и 50 см;
- в) 8 см 8 мм, 29 см 12 мм и 21 см 5 мм;
- г) 238 см 7 мм, 432 см 6 мм и 781 см 4 мм?

Проверьте себя.

Сторона треугольника всегда меньше суммы двух других его сторон. Это утверждение называют правилом треугольника.



Контрольные задания

1. Какие виды угольников вы знаете?
2. Можно ли при помощи угольников построить углы 75° , 135° , 25° ? Если можно, постройте их.
3. Объясните, какой треугольник называют прямоугольным; тупоугольным; остроугольным. Нарисуйте по одному треугольнику каждого вида.
4. Выполните необходимые измерения и найдите периметр треугольника ABC (рис. 110).

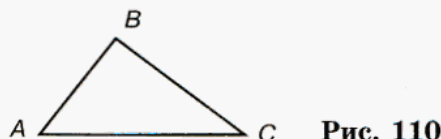


Рис. 110

§ 32.

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



- 566.** Рассмотрите рисунок 111.

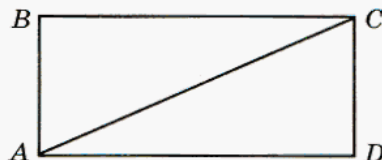


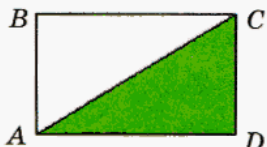
Рис. 111

Объясните, как найти площадь треугольника ABC .

- 567.** Найдите площади закрашенных треугольников (рис. 112).



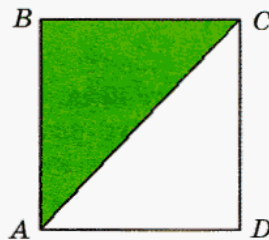
а)



б)



в)



г)

Рис. 112



568. Рассмотрите рисунок 113. Объясните, как найти площадь треугольника ABC .

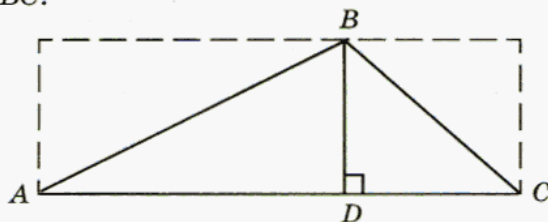


Рис. 113

569. Выполните измерения и найдите площади закрашенных треугольников (рис. 114).

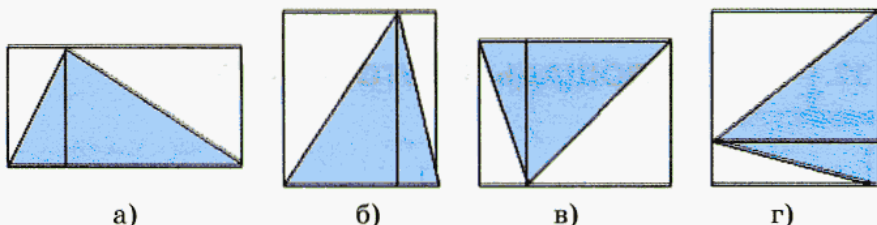


Рис. 114



570. Как надо дополнить чертёж, чтобы, выполнив необходимые измерения, можно было найти площадь данного треугольника (рис. 115)?



Рис. 115

Проверьте себя.

Чтобы найти площадь треугольника, разобьем его на два прямоугольных треугольника. Для этого из точки B проведем к стороне AC под прямым углом отрезок BD .

Отрезок, проведенный из вершины угла треугольника к противоположной стороне под прямым углом, называют **высотой**. Обозначим длину высоты, отрезка BD , буквой h , а длину стороны AC — буквой a (рис. 116).

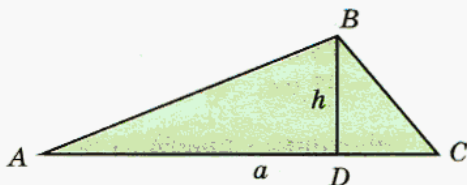


Рис. 116

Как известно, площадь обозначается буквой S . Используя эти обозначения, постарайтесь записать *формулу площади треугольника*.

Проверьте себя.

Площадь треугольника можно найти по формуле

$$S_{\text{тр-ка}} = (a \cdot h) : 2.$$

571. Проведите высоту и найдите площадь треугольника (рис. 116).

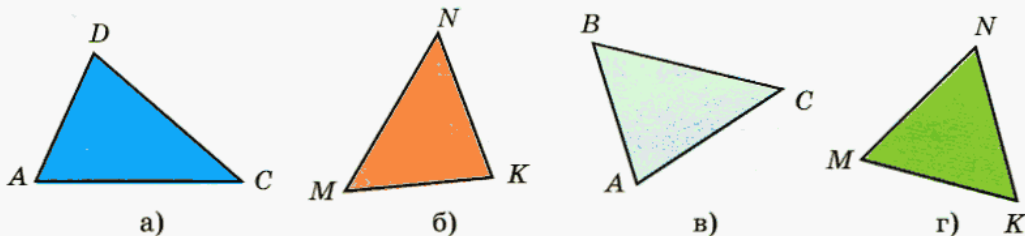


Рис. 117



572. Какой может быть длина третьей стороны треугольника, если две другие его стороны равны соответственно:

- | | |
|-----------------------------|---------------------------|
| а) 7 см и 16 см; | в) 5 см и 12 см; |
| б) 21 см 7 мм и 47 см 6 мм; | г) 2 см 3 мм и 7 см 8 мм? |



573. Две стороны *равнобедренного* треугольника (треугольника, имеющего две равные стороны) равны соответственно:

- | | |
|------------------|-----------------------------|
| а) 4 см и 8 см; | в) 37 см и 18 см 4 мм; |
| б) 13 см и 6 см; | г) 11 см 7 мм и 23 см 4 мм. |

Какую длину имеет третья сторона?



574. Каким может быть расстояние между концами A и D ломаной $ABCD$, если $AB = 6$ см, $BC = 24$ см и $CD = 7$ см?



575. Как расположены точки K , M и N , если:

- а) $KM = 23$ см, $MN = 75$ см, $KN = 57$ см;
 б) $KM = 49$ см, $MN = 37$ см, $KN = 86$ см?



576. а) Торговый дом «Чебурашка» приобрел конфеты двух сортов на общую сумму — 6570 р. Из них 40 кг конфет — по цене 96 р. за 1 кг, а остальные конфеты — по цене 78 р. за 1 кг. Сколько было куплено более дешевых конфет?

б) Проезжая мимо поста ДПС ГИБДД¹ со скоростью 105 км/ч, владелец автомобиля марки «Ока» не остановился по сигналу сотрудника инспекции. Уже через 2 мин после этого возмущенный инспектор мчался вслед за ним на мотоцикле марки «BMW», но, развив скорость 210 км/ч, не заметил, как обогнал нарушителя. Через 10 мин после обгона он осознал свою ошибку, развернулся и, снизив скорость до 45 км/ч, поехал ему навстречу. Через какое время после разворота инспектор повстречает «Оку»?

577. Вычислите:

- а) $395 \cdot 52 - 603 \cdot 25 - 960 : 24$; б) $256 \cdot 407 - 33\,078 : 298$.

578. Вычислите:

- а) $\frac{3}{16} + \frac{5}{16}$; б) $\frac{11}{15} - \frac{8}{15}$; в) $\frac{23}{25} - \frac{18}{25}$; г) $\frac{15}{28} + \frac{9}{28}$.



Контрольные задания

Найдите площадь треугольника (рис. 118).



а)



б)

Рис. 118

¹ ДПС ГИБДД — Дорожно-патрульная служба Государственной инспекции по безопасности дорожного движения в Российской Федерации.

§ 33.

СВОЙСТВО УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

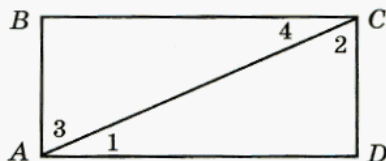


Рис. 119



579. Начертите в тетради такой же прямоугольник, как на рисунке 119. Выполните следующие задания.

1) Запишите, на какие треугольники диагональ AC разбивает прямоугольник $ABCD$.

2) Отметьте равные стороны этих треугольников.

3) Отметьте равные острые углы.

4) Выпишите пары углов, сумма которых составляет 90° . Для удобства углы пронумерованы.

5) Проверьте себя. У вас должно было получиться 4 пары:

$$\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ; \quad \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ;$$

$$\angle 2 + \angle 4 = 90^\circ; \quad \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ.$$

6) Сделайте вывод:

а) о сумме острых углов прямоугольного треугольника;

б) о сумме всех углов прямоугольного треугольника.



580. Укажите величину большего острого угла прямоугольного треугольника, если один из острых углов этого треугольника равен: 42° , 87° , 62° , 21° , 51° , 30° , 45° .

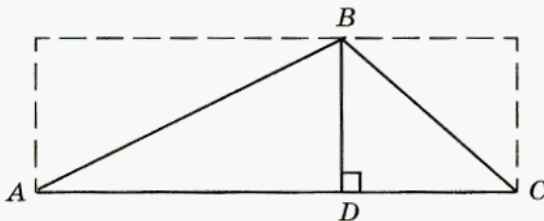


Рис. 120



581. Выполните задания и ответьте на вопросы.

1) Сделайте в тетради такой же чертёж, как на рисунке 120.



2) Какие фигуры вы видите на этом рисунке?

3) Какие свойства этих фигур вам известны?

4) Выпишите пары острых углов, сумма которых составляет 90° .

Для удобства можете их пронумеровать.

5) Как вы думаете, чему равна сумма углов треугольника ABC ?
Запишите свой вывод.

6) Сравните свои рассуждения с такими рассуждениями:

треугольник ABC разбит высотой BD на два прямоугольных треугольника. Сумма острых углов этих двух треугольников составляет 180° ($90^\circ + 90^\circ$). С другой стороны, сумма этих углов равна сумме углов треугольника ABC . Значит, сумма углов треугольника ABC равна 180° .

7) Начертите в тетради остроугольный треугольник и попытайтесь, рассуждая аналогично, определить сумму его углов. Подумайте, может ли сумма углов какого-либо треугольника не быть равной 180° . Ответ обоснуйте.

8) Сформулируйте свойство углов треугольника, которое вы установили.

582. Если треугольник существует, найдите его третий угол и определите вид треугольника (заполните таблицу):

$\angle A$	28°		65°	136°		109°	38°	
$\angle B$	39°	40°		44°	128°		76°	43°
$\angle C$		78°	25°		54°	90°		59°
Вид								

583. Начертите в тетради остроугольный треугольник и измерьте его углы. Подумайте, как проверить, не ошиблись ли вы при измерении углов, и выполните проверку.

584. Выполните задание, аналогичное предыдущему, для тупоугольного треугольника.

Проверьте, такое ли свойство углов треугольника вы установили.

Сумма углов треугольника равна 180° .

585. Два угла треугольника имеют величину по 25° . Определите величину третьего угла.

586. Один из углов треугольника составляет 68° , а два других равны между собой. Найдите эти углы.



587. Угол M треугольника MNK в 2 раза меньше угла N и в 3 раза меньше угла K . Найдите все углы треугольника MNK .



588. Решите задачу двумя способами: арифметическим и алгебраическим. Один из углов треугольника в два раза меньше другого и на 28° меньше третьего. Найдите все углы треугольника.



589. Начертите отрезок AB произвольной длины. Постройте $\angle BAN = 45^\circ$ и $\angle ABM = 70^\circ$. Обозначьте точку пересечения лучей AN и BM буквой C . Чему равен $\angle C$ треугольника ABC ?



590. Начертите треугольник с углами 80° и 30° . Чему равен третий угол этого треугольника? Сколько неравных друг другу треугольников с такими углами можно начертить?



591. а) Начертите треугольник, у которого два угла по 60° . Чему равен третий угол этого треугольника? Постарайтесь определить, какими особыми свойствами обладает этот треугольник.

б) Начертите треугольник с углами 70° и 55° . Чему равен третий угол этого треугольника? Есть ли какие-либо особенности у этого треугольника?



592. 1) Постройте $\angle ABC = 100^\circ$.

2) Отложите от вершины угла отрезки $BA = 6$ см и $BC = 4$ см.

3) Соедините точки A и C .

4) В треугольнике ABC измерьте сторону AC , $\angle A$ и $\angle C$.

5) Сравните результаты измерений с результатами своих товарищей. Что вы заметили?



593. Начертите треугольник со сторонами 5 см и 7 см, угол между которыми равен 70° . Подумайте, что можно сказать о других треугольниках, построенных таким же образом. Сделайте вывод и поставьте его обосновать.



594. Начертите в тетради четырехугольник $ABCD$. Подумайте, чему равна сумма его углов. В случае затруднений проведите диагональ AC . Поясните свой ответ.



595. Прежде чем приступить к вычислениям, подумайте, при помощи каких приемов их можно выполнить устно:

- а) $32 \cdot 15$; б) $24 \cdot 250$; в) $1200 : 50$; г) $1600 : 25$;
 $48 \cdot 15$; $48 \cdot 250$; $1600 : 50$; $2400 : 25$;
 $86 \cdot 15$; $36 \cdot 250$; $4500 : 50$; $1700 : 25$.

596. Вычислите:

- а) $\frac{4}{15} \cdot 2$, $\frac{4}{15} : 2$; б) $\frac{4}{15} \cdot 3$, $\frac{4}{15} : 3$; в) $\frac{10}{21} \cdot 7$, $\frac{10}{21} : 7$.

597. Выполните действия:

- а) $128 \cdot 430 + 675 - 34$ $125 : 375 + 6795$;
 б) $712\,398 : 3209 - 189 + 15$ $631 : 203$.



598. Начертите квадрат и проведите в нем диагонали. Покажите, как из получившихся треугольников сложить:

- а) два квадрата;
 б) прямоугольник;
 в) треугольник;
 г) четырехугольник, не являющийся прямоугольником.



599. Начертите прямоугольник, у которого длина в два раза больше ширины. Покажите, как надо разрезать этот прямоугольник:

- а) на две части так, чтобы из них можно было составить прямоугольный треугольник;
 б) на три части так, чтобы из них можно было составить квадрат.

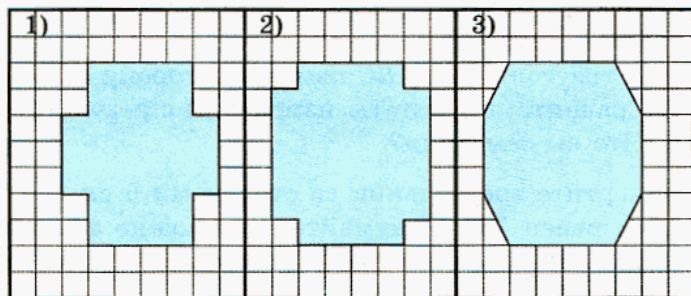


Рис. 121



600. Сравните периметры и площади закрашенных фигур (рис. 121).



601. 1) Составьте выражение для решения задачи и найдите его значение.

Токарь за час изготавливает 90 деталей, а его ученик — 60. Токарь приступил к работе через 2 ч после того, как начал работу ученик. За какое время он догонит ученика по количеству изготовленных деталей?

2) Составьте выражение для решения задачи и найдите его значение.

Через 2 ч после того, как из поселка выехал грузовой автомобиль, идущий со скоростью 60 км/ч, вслед за ним выехал автобус, скорость которого — 90 км/ч. Сколько времени потребуется автобусу, чтобы догнать грузовик?

3) Сравните выражения, полученные при решении задач, и сделайте вывод.

Проверьте, так ли вы сформулировали свой вывод: ситуации, данные в этих двух задачах, описываются одинаковыми математическими моделями.



602. а) Составьте выражение для решения задачи и найдите его значение.

Одна швея за час успевает обработать 17 платьев, а вторая — 13. На сколько больше платьев обработает первая швея, чем вторая за 3 ч работы?

б) Составьте задачу на движение, решение которой представляет собой такую же математическую модель, как в предыдущей.



Контрольные задания

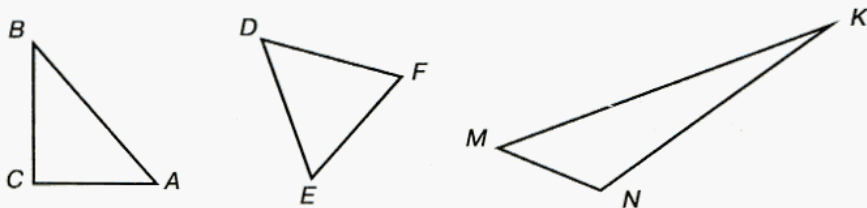


Рис. 122

1. Определите вид каждого треугольника (рис. 122).
2. Чему равна сумма углов треугольника?
3. В треугольнике ABC $\angle B = 45^\circ$, а $\angle C = 34^\circ$. Определите величину угла A .

§ 34.

**РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ДВУМЯ ТОЧКАМИ.
МАСШТАБ**

О расстояниях нам приходится говорить довольно часто. И следует заметить, что делаем мы это по-разному.

Рассмотрим такой пример: Настя живет в 7 минутах ходьбы от школы, а Костя идет от дома до школы 5 минут.

Можно ли утверждать, что Костя живет ближе к школе, чем Настя?

Могут ли Костя и Настя жить в одном доме?

Может ли Костя жить дальше от школы, чем Настя?

Итак, в этом примере мы сделали попытку измерить расстояние в минутах и выяснили, что точность такого измерения крайне мала, поскольку у нас не было информации о скоростях движения Кости и Насти.

Как вы знаете, *расстояние между двумя точками измеряется по соединяющей их прямой*, поэтому в примере с Костей и Настей речь на самом деле шла не о *расстоянии* от их домов до школы, а о *длине пути*, который они проходят, так как по дороге в школу приходится обходить дома, заборы, а иногда и лужи. Поэтому надо помнить, что, когда в повседневной жизни мы говорим о расстояниях между городами, поселками и т. п., мы имеем в виду длину пути, который надо преодолеть, чтобы добраться от одного пункта до другого.

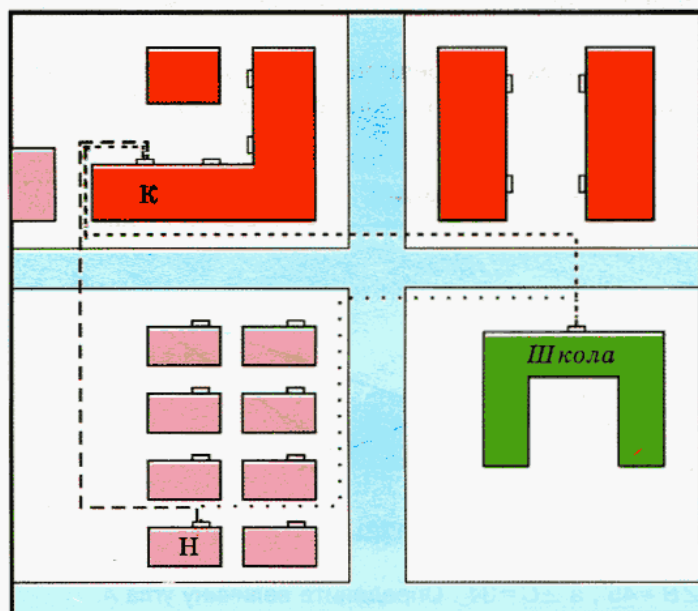


Рис. 123

На рисунке 123 изображена схема городского района, в котором живут Костя и Настя. Пунктирными линиями обозначены маршруты, по которым они ходят в школу и в гости друг к другу.

Выполнив необходимые измерения, можно найти длины этих маршрутов. Для этого надо знать, во сколько раз реальные объекты и расстояния между ними больше тех, которые даны на схеме. Или, как говорят коротко, надо знать *масштаб* изображения.

Схема на рисунке 123 сделана в **масштабе 1:2000** (читается: «один к двум тысячам»). Это значит, что одна единица измерения на схеме соответствует двум тысячам таких же единиц в действительности. Например, если на схеме отрезок имеет длину 1 см, это значит, что на самом деле длина этого отрезка — 2000 см, или 20 м.



603. 1) На рисунке 123 проведите отрезки, длины которых равны расстояниям от подъездов Кости и Насти до школы и расстоянию между их подъездами. Выполните необходимые измерения и заполните таблицу (масштаб 1:2000):

Описание маршрута	Длина маршрута	Расстояние
От подъезда Кости до входа в школу		
От подъезда Насти до входа в школу		
От подъезда Кости до подъезда Насти		

2) Сравните длину маршрута и расстояние в каждом случае. Какой вывод можно сделать?

3) Сравните свой вывод с правилом.

Кратчайшее расстояние между двумя точками — это длина отрезка прямой, соединяющего эти точки.

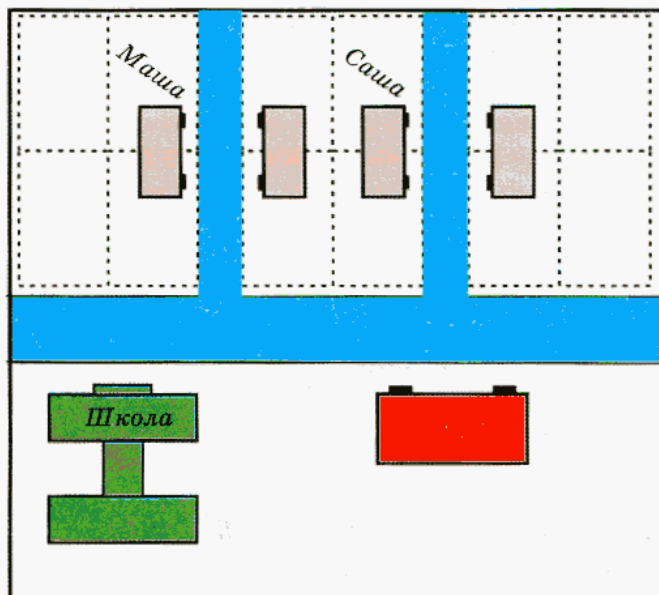


Рис. 124

604. Схема района, где живут Маша и Саша, выполнена в масштабе 1:1000 (рис. 124). Начертите маршруты, по которым они могут ходить друг к другу в гости и из своего дома в школу. Найдите длины этих маршрутов и соответствующие расстояния.



605. Для отправки детей в летний лагерь было подано 8 одинаковых автобусов. Если бы в каждом автобусе было на 15 мест больше, то в них смогли бы разместиться 360 человек. Сколько мест было в каждом из поданных автобусов? Постарайтесь решить эту задачу двумя способами: арифметическим и алгебраическим.



606. В магазине имеется два бочонка сельди одного сорта. Стоимость сельди в одном бочонке — 1440 р., а во втором — 1872 р., причем во втором бочонке сельди на 12 кг больше, чем в первом. Найдите массу сельди в каждом бочонке.



607. Куплено 12 м ткани. Если бы цена 1 м ткани была на 2 р. ниже, чем на самом деле, то за те же деньги можно было бы купить на 6 м ткани больше, чем было куплено.

а) Найдите цену 1 м ткани, решив задачу арифметическим способом.

б) Обозначьте буквой x цену 1 м ткани и запишите выражения для следующих величин:

- цена ткани, если бы она была на 2 р. ниже, чем в действительности;
- сумма, уплаченная за ткань (два способа).

Составьте уравнение (математическую модель). Проверьте правильность составленного вами уравнения подстановкой: вместо x подставьте число, найденное в первом задании, и вычислите значения выражений в левой и правой частях уравнения. У вас должно получиться верное равенство.



Контрольное задание

Объясните, как найти расстояние между двумя точками.

§ 35.

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПРЯМЫЕ

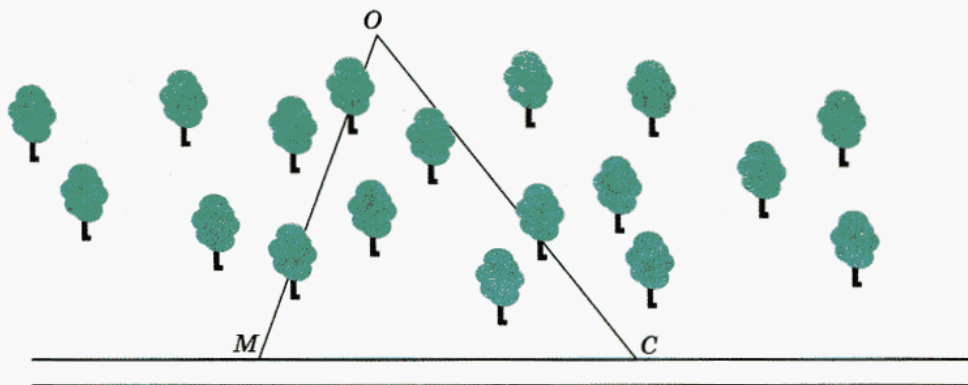


Рис. 125



608. Маша и Саша собирали грибы в лесу. После того как корзинки наполнились, ребята решили отправиться домой. Для этого им надо было выйти на шоссе, так как с тяжелой корзинкой идти по лесу довольно трудно. Но тут у них возник спор — в какую сторону идти, чтобы быстрее выйти из леса. На рисунке 125 показано, как шла Маша (отрезок OM) и как шел Саша (отрезок OC). Сделайте такой же рисунок в тетради.

1) Подумайте, как выглядит кратчайший маршрут, по которому им надо было двигаться, чтобы добраться от точки O до шоссе, и изобразите его.

2) Под каким углом к краю шоссе проходит отрезок, который вы изобразили? Какой чертежный инструмент удобно было использовать для проведения этого отрезка?

609. Расшифруйте слово и вы узнаете, как называется отрезок, проведенный к прямой под прямым углом.

Н. $16 \cdot 2 - 32$;

Д. $14 \cdot 3 - 111 : 3$;

Р. $35 \cdot 2 - 7 \cdot 9$;

К. $18 - 51 : 3$;

Я. $103 \cdot 2 - 99 \cdot 2$;

Е. $(28 + 26) : 6$.

Л. $36 : 2 - 48 : 3$;

П. $72 - 17 \cdot 4$;

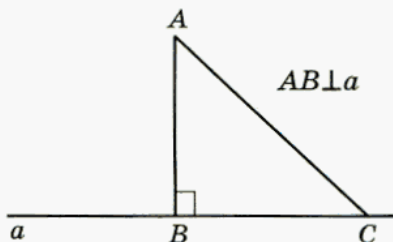
И. $17 \cdot 3 - 24 \cdot 2$;

У. $16 \cdot 4 - 116 : 2$;

4	9	7	4	9	0	5	3	1	6	2	8	7

Сравните рисунки 126 (а, б) с рисунком, полученным при решении задачи о Маше и Саше. Подумайте, что означает значок $\perp$.

а)



б)

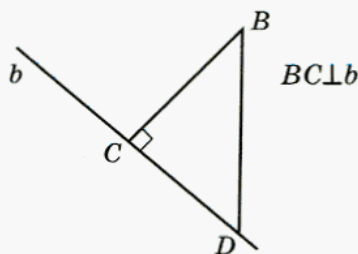


Рис. 126

Проверьте себя.

Вы наверняка догадались, что значок $\perp$ заменяет слово *перпендикуляр*, а запись $AB \perp a$ заменяет предложение: «Отрезок AB перпендикулярен прямой a ».

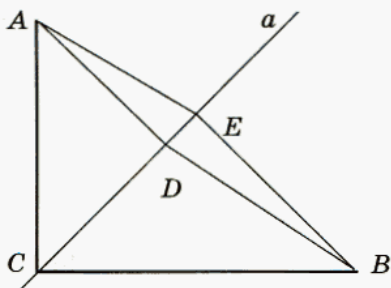


Рис. 127

610. Постарайтесь определить на глаз, какие отрезки перпендикулярны прямой a (рис. 127). Проверьте свое предположение с помощью угольника.



Рис. 128



611. 1) Постарайтесь объяснить, как найти *расстояние от точки до прямой*. Скопируйте рисунок 128 в тетрадь и найдите расстояния от данных точек до соответствующих прямых.

2) Проверьте, правильно ли вы рассуждали при выполнении последнего задания: расстояние от точки до прямой — это длина самого короткого маршрута, ведущего от этой точки к прямой. А самый короткий маршрут — это маршрут, ведущий по перпендикуляру к этой прямой.

Значит, *расстояние от точки до прямой равно длине перпендикуляра, проведенного из этой точки к данной прямой.*

Если вы рассуждали по-другому, задание придется переделать.

612. Начертите острый угол ABC . Отметьте внутри него точку N . Найдите расстояния от точки N до сторон этого угла.

613. а) Начертите тупой угол ABC . Отметьте внутри него точку K . Найдите расстояния от точки K до сторон этого угла.

б) Подумайте, что является расстоянием от точки до луча в случае, если перпендикуляр из этой точки на луч опустить невозможно.

Подумайте, какие прямые называют *взаимно перпендикулярными*.



614. 1) Начертите в тетради прямую и отметьте точку вне этой прямой. Проведите через эту точку прямую, перпендикулярную первой.

2) Начертите в тетради прямую, отметьте точку на этой прямой. Проведите через эту точку прямую, перпендикулярную первой прямой.

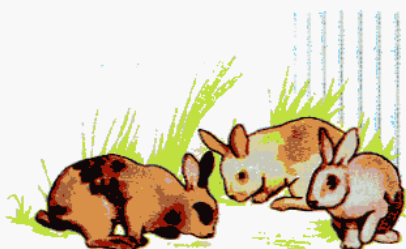
3) Изобразите на отдельном листе прямую и две точки: одну — не лежащую на этой прямой, а вторую точку — лежащую на ней. Предложите своему соседу по парте провести через эти точки прямые, перпендикулярные изображенной. Проверьте правильность выполнения задания.

Проверьте себя, такое ли определение взаимно перпендикулярных прямых у вас получилось:

две прямые называют взаимно перпендикулярными, если они пересекаются под прямым углом.



615. В вольере сидят фазаны и кролики. Всего у них 12 голов и 34 ноги. Сколько фазанов и сколько кроликов в вольере?



Проверьте, так ли вы рассуждали при решении задачи о фазанах и кроликах.

И способ.

Представим, что у кроликов, так же как и у фазанов, по две ноги (все кролики встали на задние ноги). Так как всего в клетках 12 животных, то у них окажется $12 \cdot 2 = 24$ ноги. Лишние $34 - 24 = 10$ ног будут принадлежать кроликам. Поскольку каждому кролику принадлежит одна пара ног из этих десяти, то всего кроликов было $10 : 2 = 5$, а фазанов — $12 - 5 = 7$.

П способ.

Обозначим буквой x число фазанов, а буквой y — число кроликов. Тогда можно составить математическую модель задачи — уравнение $2x + 4y = 34$. Это уравнение с двумя неизвестными можно решить подбором, подставляя вместо x и y натуральные числа, сумма которых равна 12.

Если вы решали задачу одним из описанных выше способов, попробуйте решить ее, составив уравнение с одним неизвестным.

Какой из способов решения вам больше нравится?

Проанализируйте условия двух следующих задач. Можно ли их решить, рассуждая так же, как при решении задачи № 509 (§ 27)? Решите эти задачи.



616. (Старинная задача.) а) Сколько надо взять карамели по цене 16 р. за 1 кг и по цене 9 р. за 1 кг, чтобы составить 21 кг смеси по цене 11 р. за килограмм?

б) Для вышивания приобрели мулине двух сортов: по цене 5 р. и 11 р. 40 к. за моток, всего 32 мотка. Сколько мотков того и другого сорта было приобретено, если в среднем один моток обошелся по 9 р.?



617. Вычислите:

а) $\frac{7}{16} + \frac{1}{4}$;

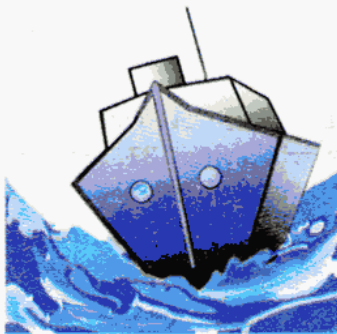
б) $\frac{25}{36} - \frac{2}{9}$;

в) $\frac{5}{7} - \frac{11}{21}$;

г) $\frac{1}{6} + \frac{5}{18}$.



618. Один насос откачивает воду со скоростью 400 л в минуту, а второй — со скоростью в 2 раза большей. Судно может затонуть, если объем воды в трюме превысит 80 000 литров. Успеют ли эти насосы откачать воду из трюма, если к тому времени, как они были подключены, через пробоину в корпусе судна в трюм набралось 20 000 л воды, и известно также, что на ликвидацию отверстия уходит около 17 мин, а за каждую минуту через пробоину поступает 3000 л воды?





Контрольные задания

1. С помощью угольника определите, какие отрезки перпендикулярны прямой b (рис. 129).
2. Проведите прямую и отметьте точку вне этой прямой. С помощью угольника проведите через эту точку прямую, перпендикулярную данной.
3. Проведите прямую и отметьте точку на этой прямой. С помощью угольника проведите через эту точку прямую, перпендикулярную данной.

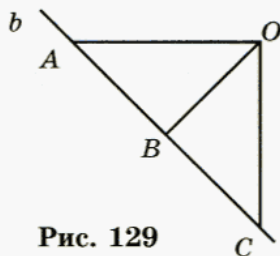


Рис. 129

§ 36.

СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

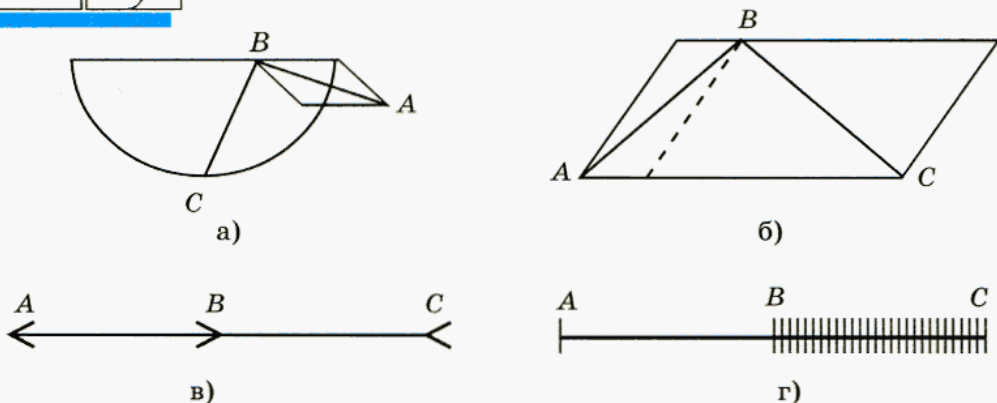


Рис. 130



619. Какой из отрезков — AB или BC — длиннее (рис. 130)? Проверьте свои предположения с помощью прозрачной пленки, накладывая один отрезок на другой.



620. 1) Опишите конфигурацию на рисунке 131, используя слова *отрезок*, *прямая*, *перпендикуляр*, *середина отрезка*.

2) Есть ли на этом рисунке равные отрезки, кроме тех, которые уже отмечены? Подумайте, как обосновать ваше предположение.

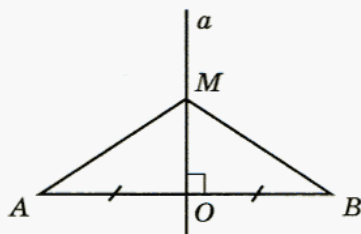


Рис. 131

Равны фигуры или нет, можно проверить, попытавшись совместить их наложением. Равенство отрезков AM и MB , конечно, не вызвало у вас сомнений. Поэтому мог возникнуть вопрос: зачем обосновывать то, что и так очевидно? А вот работа с рисунком 130 показала, что своим ощущениям не всегда можно доверять.

Ясно, что никакая калька или другие приспособления не могут дать полной уверенности в том, что мы не ошиблись. Это объясняется несовершенством как органов чувств человека, так и измерительных инструментов. Однако убедиться в том, что какие-либо фигуры равны (или не равны), можно при помощи рассуждений.

В задаче № 620 нам надо обосновать, или, как говорят математики, *доказать*, равенство отрезков.

Вспомним, в каком случае мы можем утверждать, что отрезки равны? Если их можно совместить, т. е. наложить друг на друга так, что их концы совпадут, то можно утверждать, что эти отрезки равны.

Значит, для доказательства равенства отрезков AM и MB надо убедиться в том, что их можно наложить друг на друга так, что их концы совпадут.

Поскольку точка M у этих отрезков общая, достаточно доказать, что при наложении совпадут точки A и B . Для этого надо использовать то, что уже известно о равенстве каких-либо фигур, изображенных на нашем чертеже. Есть ли здесь равные углы? Равные отрезки?

Перегнем мысленно наш чертеж по прямой a . Подумайте, какие фигуры (углы, отрезки) при этом совпадут и почему.

В случае затруднений ответьте на вопросы:

- 1) Совпадут ли при этом углы AOM и BOM ? Почему?
- 2) Совпадут ли точки A и B ? Почему?

Можно ли теперь сделать вывод о том, что совпадут отрезки AM и MB ? Почему?

На рисунке 131 прямая a — *серединный перпендикуляр* к отрезку AB . Сравните расстояния от точки M до точек A и B . Свой ответ поясните.

Сравните свои рассуждения с такими: из того, что отрезки AM и MB равны, следует, что точка M находится на равном расстоянии от точек A и B .

Говорят, что точка M **равноудалена** от концов отрезка AB .



621. 1) Запишите, какие отрезки на рисунке 132 равны. Как вы думаете, любая ли точка прямой a равноудалена от концов отрезка AB ? Постарайтесь обосновать свой ответ.

2) Используя результаты предыдущего упражнения, скажите, каким свойством обладают все точки серединного перпендикуляра к отрезку.

3) Проверьте, так ли вы сформулировали свойство точек серединного перпендикуляра к отрезку:

точки серединного перпендикуляра к отрезку равноудалены от его концов.

4) Подумайте, может ли точка, не принадлежащая серединному перпендикуляру к отрезку, быть равноудаленной от его концов.

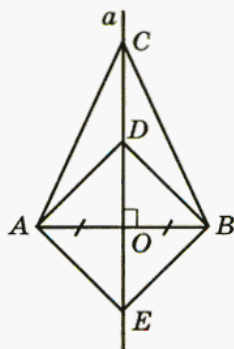


Рис. 132

622. Начертите в тетради квадрат, прямоугольник и треугольник. Отметьте точки, которые находятся на равном расстоянии (равноудалены) от всех вершин этих фигур. Объясните, как вы рассуждали.



623. Решите еще одну задачу о животных.

По тропинке вдоль кустов
Шло одиннадцать хвостов.

Сосчитать я также смог,
Что шагало тридцать ног.

Это вместе шли куда-то
Петухи и поросята.

А теперь вопрос таков:
Сколько было петухов?

И узнать я был бы рад,
Сколько было поросят?



624. Книга стоит 10 р. и еще половину стоимости книги. Сколько стоит книга?

Проверьте ответ, который вы получили. Для этого сложите 10 р. с половиной полученной вами стоимости книги. Если результат оказался другим, составьте уравнение по условию задачи, обозначив буквой x стоимость книги, и решите его устно.

Решите задачи из № 625 двумя способами: арифметическим и алгебраическим. Постарайтесь составить задачи, им аналогичные.



625. а) В двух мешках 115 кг моркови. Когда из одного мешка достали 25 кг моркови, то в обоих мешках моркови стало поровну. Сколько килограммов моркови было в каждом мешке первоначально?

б) Сетку-рабицу длиной 98 м надо разрезать на две части так, чтобы одна часть была на 18 м больше другой. Найдите длину каждой части сетки.



626. Вычислите:

а) $\frac{1}{4} + \frac{3}{10}$; б) $\frac{3}{5} - \frac{1}{6}$; в) $\frac{7}{10} - \frac{2}{15}$; г) $\frac{5}{12} + \frac{3}{8}$.



627. Если к утроенному задуманному числу прибавить 15, то получится 177. Какое число задумано?



628. Если из удвоенного задуманного числа вычесть 48, то получится 244. Какое число задумано?



629. Если искомое число разделить на наименьшее двузначное число, к результату прибавить наибольшее двузначное число и в сумме убрать последнюю цифру 6, то получится 12. Найдите это число.



630. В первой фляге молока в 3 раза больше, чем во второй. Когда из первой фляги перелили во вторую 15 л, молока в обеих флягах стало поровну. Сколько литров молока было в каждой фляге первоначально?



631. 1) Решите задачу подбором. Из 29 коробок часть содержит по 14 кг конфет, а часть — по 15 кг. Сколько тех и других коробок, если общая масса конфет в коробках обоих типов одинакова?

2) Придумайте сами аналогичную задачу.



Контрольные задания

1. Объясните, что называют серединным перпендикуляром к отрезку.
2. Объясните, как вы понимаете такое предложение: «Точка А равноудалена от точек В и С».
3. Начертите отрезок АВ и проведите к нему серединный перпендикуляр.
4. Какое свойство точек серединного перпендикуляра к отрезку вы знаете?

§ 37.

СВОЙСТВО БИСSEKTRИСЫ УГЛА

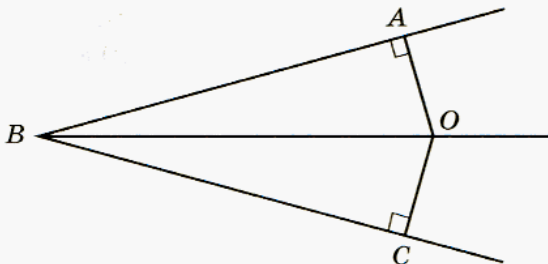


Рис. 133



632. На рисунке 133 луч BO — биссектриса угла ABC . Внимательно рассмотрите рисунок и выполните следующие задания.

- Назовите равные углы. Объясните, почему равны углы AOB и COB .
- Назовите биссектрису угла AOC .
- Мысленно перегибайте (представьте, что перегибаете) рисунок по прямой BO и подумайте, почему при этом должны совпасть точки A и C .
- Укажите на рисунке равные отрезки. Объясните, почему равны отрезки OA и OC .
- Укажите отрезки, длины которых равны расстоянию от точки O до сторон угла ABC .
- Можно ли утверждать, что точка O равноудалена от сторон угла ABC ? Ответ обоснуйте.
- Подумайте, все ли точки биссектрисы обладают этим свойством. Есть ли на биссектрисе точки, которые не равноудалены от сторон угла? Если построить другой угол и провести его биссектрису, будут ли точки той биссектрисы равноудалены от сторон угла?
- Постарайтесь сформулировать свойство точек биссектрисы угла.



633. Начертите квадрат и треугольник. Для каждой фигуры укажите точку, равноудаленную от всех ее сторон. Объясните, как вы рассуждали.



634. Подумайте, может ли точка, не лежащая на биссектрисе, быть равноудаленной от сторон угла.

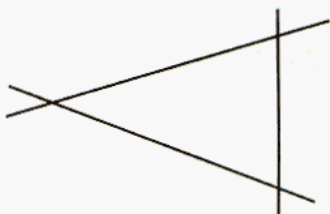


Рис. 134



635. Маша и Саша решили путешествовать автостопом. В один из дней своего путешествия они оказались в треугольнике, образованном тремя дорогами (рис. 134), и тут у них разгорелся спор — в какую сторону и по какой дороге ехать. В конце концов они решили поехать по той дороге, по которой пойдет первая же машина. Покажите, где они должны стоять, чтобы находиться на одинаковом расстоянии от каждой из трех дорог. Ответ обоснуйте.

Следующие задачи постарайтесь решить двумя способами: арифметическим и алгебраическим. Если будут затруднения с решением уравнения, подставьте в него найденный арифметическим способом результат и проверьте справедливость составленного вами равенства. В 6-м классе вы познакомитесь с методом, который позволит без труда решить все составленные вами уравнения.



636. Стоимость автомобиля с гаражом составляет 355 600 р. Сколько стоит автомобиль, если он на 97 300 р. дороже удвоенной стоимости гаража?



637. В двух кусках поровну ткани. После того как от первого куска продали 14 м, а от второго — 22 м, в первом куске осталось втрое больше ткани, чем во втором. Сколько метров ткани было в каждом куске первоначально?



638. У двоих братьев было вместе 112 р. После того как старший отдал младшему 14 р., у него осталось все же больше денег, чем у младшего, но всего лишь на 10 р. Сколько денег было у каждого мальчика первоначально?



639. У двух сельскохозяйственных предприятий было 3560 т удобрений. После того как одно из предприятий продало другому 60 т

удобрений, у него все еще оставалось на 920 т удобрений больше, чем у второго. Сколько тонн удобрений было у каждого предприятия первоначально?



640. Определите, какая часть фигуры закрашена на рисунке 135.

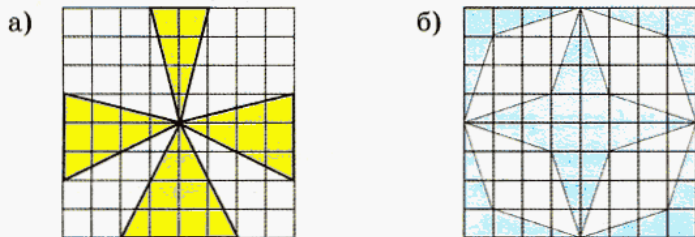


Рис. 135



641. Пассажир поезда, идущего со скоростью 50 км/ч, заметил, что встречный поезд шел мимо него в течение 10 с. Определите длину встречного поезда, если его скорость — 58 км/ч.



642. а) От пристани A вниз по течению реки отправился катер. В это же время от пристани B навстречу ему вышел второй катер с такой же собственной скоростью. Первый катер достиг пристани B через 4 ч. На каком расстоянии от пристани A был в это время второй катер, если скорость течения реки — 2 км/ч?

б) В случае затруднений постарайтесь определить, на сколько больше километров за 1 ч проходит первый катер, чем второй.

в) Если вы так и не смогли решить задачу, прочитайте следующий текст.

Первый катер при движении по течению за 4 ч «выиграл» 8 км ($4 \cdot 2$) по сравнению с тем расстоянием, которое он прошел бы за это время, двигаясь в стоячей воде, а второй катер столько же километров «проиграл», так как двигался против течения. Всего же второй катер за 4 ч «проиграл» первому 16 км. Значит, на таком расстоянии он был от A тогда, когда первый прибыл в B .



Контрольные задания

1. Какое свойство точек биссектрисы угла вы знаете?
2. Постройте $\angle ABC = 60^\circ$, проведите его биссектрису и отложите на ней отрезок $BD = 4$ см. Найдите расстояние от точки D до сторон угла.

ПОНЯТИЕ ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ. ЧТЕНИЕ И ЗАПИСЬ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Вспомним, как устроена десятичная система счисления. Рассмотрим число 11 111. Что показывает цифра 1, записанная на последнем месте, на предпоследнем и т. д.? Запишите число 11 111 в виде суммы разрядных слагаемых.

Рассмотрите таблицу разрядов и ответьте на вопросы.

- Как меняется положение единицы в каждой следующей строке по сравнению с предыдущей?
- Как при этом меняется ее значимость?
- Как меняется величина соответствующего числа?
- Какое арифметическое действие соответствует этому изменению?

Класс тысяч			Класс единиц			
сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	
	1					10 000
		1				1000
			1			100
				1		10
					1	1

Итак, перемещая единицу на один разряд вправо, мы каждый раз уменьшали соответствующее число в 10 раз и делали это, пока не дошли до последнего разряда — разряда единиц. А можно ли и единицу уменьшить в 10 раз? Конечно можно, и вы знаете, какое при этом получится число:

$$1 : 10 = \frac{1}{10}.$$

Но вот места для этого числа в нашей таблице разрядов пока нет.

Подумайте, как надо изменить таблицу разрядов, чтобы в ней можно было записать число $\frac{1}{10}$.



Скорее всего, ваши рассуждения будут такими:

Число $\frac{1}{10}$ получается при уменьшении единицы в десять раз. При уменьшении числа в 10 раз все его цифры сдвигаются на один разряд вправо. Поэтому, чтобы записать число $\frac{1}{10}$ в таблицу разрядов, надо цифру 1 из разряда единиц сдвинуть вправо на один разряд. Но справа от разряда единиц нет разрядов, значит, для числа $\frac{1}{10}$ справа надо добавить еще один столбец:

Класс тысяч			Класс единиц			Придумайте название для этого разряда
сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	
	1					10 000
		1				1000
			1			100
				1		10
					1	1
						$\frac{1}{10}$

Уменьшите в 10 раз $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$.

Проверьте себя.

$$\frac{1}{10} : 10 = \frac{1}{100}; \quad \frac{1}{100} : 10 = \frac{1}{1000}; \quad \frac{1}{1000} : 10 = \frac{1}{10000}.$$

Подумайте, какие разряды нам надо добавить в таблицу, чтобы в ней можно было записать числа $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{10000}$.

Если вы рассуждаете верно, то у вас получится такая таблица:

Класс тысяч			Класс единиц						
сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	Десятые	Сотые	Тысячные	Десяти- тысячные
	1								
		1							
			1						
				1					
					1				
						1			
							1		
								1	
									1

Итак, таблицу разрядов можно дополнить справа любым нужным количеством столбцов.

Назовите три разряда, следующие за разрядом десяти тысячных.

Постарайтесь прочесть числа, записанные в следующей таблице разрядов:

Класс тысяч			Класс единиц						
сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	Десятые	Сотые	Тысячные	Десяти- тысячные
					2	3			
					2		3		
			1	2		3			
				3			5		
					3	6	5		
1					9			7	
				1	9	1	2	7	
				1	1				8
1	2				1		3	3	1

Числа, записанные в таблице разрядов, могут быть записаны вне таблицы тем же способом, что и натуральные числа, т. е. позиционным способом, когда значимость каждой цифры зависит от ее места в записи числа. Попробуйте таким способом записать числа из последней таблицы.

Проделанная работа должна была привести вас к выводу о необходимости отделять каким-либо знаком целую часть числа от дробной. Договорились делать это с помощью запятой или точки. В нашей стране, как правило, используется запятая, а в США и некоторых других странах — точка.

Числа из последней таблицы записываются и читаются следующим образом:

- 1) 2,3 или 2.3 (две целых три десятых, или два, запятая, три, или два, точка, три);
- 2) 2,03 или 2.03 (две целых три сотых, или два, запятая, ноль, три, или два, точка, ноль, три).

Остальные числа из этой таблицы запишите и прочитайте самостоятельно.

Если в десятичной записи числа использована запятая (или точка), то говорят, что число записано в виде десятичной дроби. Для краткости числа, записанные в таком виде, называют просто десятичными дробями.

Заметим, что десятичная дробь — это не новый тип числа, а новый способ записи числа.



643. Прочитайте числа, записанные в таблице, и запишите их в виде десятичной дроби.

Десятки	Единицы	Десятые	Сотые	Тысячные	Десяти- тысячные
3	4	6			
3		4	6		
3	3		4	6	
		3	4	6	
			3	4	6
3		4		6	
				4	6



644. Прочитайте данные числа и запишите их в таблицу разрядов.

	Десятки	Единицы	Десятые	Сотые	Тысячные	Десяти- тысячные
20,0002						
30,7090						
82,4						
82,40						
82,400						

Теперь прочитайте числа, записанные в таблице разрядов. Что можно сказать о последних трех числах? Какой вывод можно сделать о нулях, которыми оканчивается десятичная дробь?

645. (Устно.) Для каждой из следующих дробей:

75,6 257,625 0,5164 6,75 6,530 62,05 79,516

- назовите младший разряд дроби;
- укажите, в каком разряде стоит цифра 5; цифра 6.

646. (Устно.) Прочитайте каждую из следующих дробей двумя способами, указав предварительно ее младший разряд:

- а) 71,5; 0,3; 0,93; 98,05; в) 20,325; 14,007; 165,0013;
б) 4,3; 189,5; 189,05; г) 39,056; 4,007; 2,0002.

647. Выпишите сначала обыкновенные, а затем десятичные дроби:

- а) $\frac{67}{100}$; $\frac{4}{10}$; 5,87; 0,5; $\frac{38}{1000}$; 0,025; $5\frac{87}{100}$; 0,07; $\frac{1}{3}$; $\frac{4}{53}$;
б) 78,056; 0,24; $\frac{79}{100}$; $\frac{6}{10}$; 0,3; $78\frac{65}{1000}$; 0,005; $\frac{8}{10000}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{25}$.

648. Представьте в виде обыкновенной дроби или смешанного числа:

- а) 0,68; 0,03; 0,206; в) 0,007; 0,0021; 0,0005;
б) 7,5; 4,05; 3,64; г) 45,0471; 302,0054.

649. Представьте в виде десятичной дроби:

- а) $\frac{4}{10}$; $\frac{78}{100}$; $\frac{8}{100}$; $\frac{253}{1000}$; б) $\frac{52}{1000}$; $\frac{9}{1000}$; $\frac{798}{10000}$; $\frac{45}{10000}$.

650. Представьте в виде десятичной дроби:

- а) $6\frac{8}{10}$; $7\frac{49}{100}$; $8\frac{3}{100}$; $52\frac{74}{1000}$; в) $\frac{26}{10}$; $\frac{798}{100}$; $\frac{1547}{1000}$; $\frac{9605}{1000}$;
б) $245\frac{245}{1000}$; $55\frac{5}{1000}$; $65\frac{8752}{10000}$; г) $\frac{156}{10}$; $\frac{12408}{100}$; $\frac{15001}{1000}$; $\frac{28000}{1000}$.



651. Используя основное свойство дроби, запишите число в виде десятичной дроби, если это возможно:

- 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{1}{5}$; 4) $\frac{1}{7}$.

Проверьте себя.

Обыкновенную дробь $\frac{1}{2}$ можно представить в виде десятичной дроби, умножив ее числитель и знаменатель на 5: $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} = 0,5$.

Умножая числитель и знаменатель дроби $\frac{1}{5}$ на 20, можем записать ее в виде 0,20 или 0,2.

Дроби $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{7}$ нам не удастся записать в виде десятичных дробей, так

как невозможно получить в их знаменателях ни 10, ни 100, ни 1000 и т. д. Но такое положение дел временное. В старших классах вы узнаете, как это можно сделать.

652. Представьте число в виде десятичной дроби, если возможно:

- а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{3}{4}$; в) $\frac{1}{20}$; г) $\frac{1}{17}$.



653. Для гостиницы закупили 36 ватных и 32 шерстяных одеяла, причем за всю покупку заплатили 32 000 р. Сколько стоит одно ватное и сколько одно шерстяное одеяло, если известно, что шерстяное одеяло в два раза дороже ватного?



654. Для банкетного зала ресторана были приобретены стулья и столы на общую сумму 123 750 р. Определите, сколько столов и сколько стульев было приобретено, если столы покупали по 2850 р., а стулья — по 1350 р. за штуку и стульев было куплено в 4 раза больше, чем столов.

655. Вычислите:

а) $(246\,535 + 367\,129) : 1208$;

в) $805\,009 - 608\,040 : 563$;

б) $917\,180 : (4321 - 2805)$;

г) $503\,440 : 248 + 48\,752$.



Контрольные задания

1. Укажите младший разряд дроби и прочитайте ее: 6,43; 0,0076; 35,07; 0,035.
2. Представьте в виде десятичной дроби: $\frac{6}{10}$; $\frac{9}{1000}$.
3. Представьте в виде обыкновенной дроби: 0,4; 0,06.

§ 39.

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ НА 10, 100, 1000 и т. д.



656. Прочитайте числа, указанные в таблице, и запишите их в виде десятичных дробей.

Сотни	Десятки	Единицы	Десятые	Сотые	Тысячные
		3	5	8	2
	3	5	8	2	

Вставьте вместо звездочки знак действия, а вместо квадратика — число, чтобы получилось верное равенство:

$$3,582 * \square = 35,82.$$

В случае затруднений вспомните:

- как изменяется значимость цифры при перемещении ее на 1 разряд влево;
- как изменяется число, если все его цифры сдвигаются на 1 разряд влево;
- какому арифметическому действию соответствует увеличение числа в 10 раз.



657. 1) Прочитайте числа, указанные в таблице, и запишите их.

Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы	Десятые	Сотые	Тысячные	Десяти- тысячные
			3	5	8	2	
	3	5	8	2			
			5	7	3	6	4
5	7	3	6	4			
				1	9	5	4
1	9	5	4				

2) Вставьте вместо звездочки знак действия, а вместо квадратика — число, чтобы получилось верное равенство:

$$3,582 * \square = 358,2;$$

$$5,7364 * \square = 5736,4;$$

$$0,1954 * \square = 1954.$$

Проанализируйте полученные равенства и постарайтесь сформулировать правило умножения десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д. Начните со слов: «Чтобы умножить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д., надо запятую перенести...»



658. Прочитайте числа, указанные в таблице, и запишите их.

Сотни	Десятки	Единицы	Десятые	Сотые	Тысячные
1	7	6	2		
	1	7	6	2	

Вставьте вместо звездочки знак действия, а вместо квадратика — число, чтобы получилось верное равенство:

$$176,2 * \square = 17,62.$$

В случае затруднений вспомните:

- как изменяется значимость цифры при перемещении ее на 1 разряд вправо;
- как изменяется число, если все его цифры сдвигаются на 1 разряд вправо;
- какому арифметическому действию соответствует уменьшение числа в 10 раз.



659. 1) Прочитайте числа, указанные в таблице, и запишите их.

Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы	Десятые	Сотые	Тысячные	Десяти- тысячные
	2	7	5	2			
			2	7	5	2	
	2		5	9	3		
			2		5	9	3
6	8	1	7	3			
			6	8	1	7	3

2) Вставьте вместо звездочки знак действия, а вместо квадратика — число, чтобы получилось верное равенство:

$$275,2 * \square = 2,752;$$

$$205,93 * \square = 2,0593;$$

$$6817,3 * \square = 6,8173.$$

Проанализируйте полученные равенства и постарайтесь сформулировать правило деления десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д.



660. Цена одного метра ситца — 65,7 р. Найдите стоимость 10 м ситца; 100 м ситца.



661. Стоимость 10 кг печенья — 388 р. Какова цена 1 кг печенья?



Правила умножения и деления десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д. можно сформулировать так:

чтобы умножить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д., надо запятую перенести вправо на 1, 2, 3 и т. д. цифры, а если цифр не хватает, приписать справа нули;

чтобы разделить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д., надо запятую перенести влево на 1, 2, 3 и т. д. цифры, а если цифр не хватает, приписать слева нули.

Проверим это правило еще раз, представив десятичную дробь в виде обыкновенной:

$$1) 0,043 \cdot 100 = \frac{43}{1000} \cdot 100 = \frac{4300}{1000} = \frac{43}{10} = 4.$$

$$2) 0,043 : 100 = \frac{43}{1000} : 100 = \frac{43}{100\,000} = 0,00$$

Как видим, запятая передвигается, согласно сформулированным нами правилам.

Выполните действия:

662. а) $27,67 \cdot 10$; в) $0,678 \cdot 1000$; д) $23,7 \cdot 100$;
 б) $38,6 : 100$; г) $6,32 : 10\,000$; е) $4,72 : 1000$.

663. а) $43,26 : 10$; в) $5,009 : 1000$; д) $864 : 100$;
 б) $36,32 \cdot 100$; г) $0,008 \cdot 10\,000$; е) $0,02 \cdot 1000$.

664. а) $7,42 \cdot 100$; в) $942,3 : 1000$;
 б) $0,35 \cdot 10$; г) $265\,039,32 : 10\,000$.

665. а) $245,3 \cdot 100$; в) $0,427 : 1000$;
 б) $0,26 : 10$; г) $0,0068 \cdot 10\,000$.

Решите уравнение:

666. а) $10x = 48,5$; в) $100x = 0,62$; д) $10x = 33$;
 б) $10x = 0,372$; г) $1000x = 3267,39$; е) $100x = 5$.

667. а) $100x = 26,5$; в) $100x = 0,0045$; д) $1000x = 72$;
 б) $1000x = 8,67$; г) $1000x = 0,34$; е) $10x = 0,39$.

668. а) $x : 10 = 68,23$; в) $x : 100 = 34,2$;
 б) $x : 10 = 0,02$; г) $x : 1000 = 0,0047$.
669. а) $x : 100 = 5,43$; в) $x : 1000 = 3,749$;
 б) $x : 100 = 0,765$; г) $x : 1000 = 3,6$.



670. Ирина идет со скоростью 0,059 км/мин. Какое расстояние она пройдет за 10 мин? за 100 мин?



671. За 10 мин улитка проползла 0,53 м. Найдите скорость движения улитки (в м/мин, см/мин).



672. Какая часть фигуры закрашена (рис. 136)?

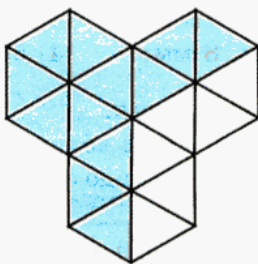


Рис. 136



673. Турист отправился в отпуск на велосипеде. Он рассчитал, что если будет ежедневно в пути по 6 ч, то проедет 1170 км за 15 дней. По сколько часов в день должен проводить турист в движении при той же скорости, чтобы проехать 416 км за 4 дня?



674. Чтобы ускорить процесс создания газона в парке, подготовленную землю покрывают дерном. На 5 погонных метров газона расходуется в среднем 337 дернин. Определите число дернин, необходимое для газона длиной 45 м.



Контрольные задания

1. Выполните действия:

- а) $3,65 \cdot 10$; в) $7,89 \cdot 10\,000$;
б) $23,2 : 1000$; г) $648,25 : 100$.

§ 40.

**ПЕРЕВОД ВЕЛИЧИН
В ДРУГИЕ ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ**

На первом форзаце учебника изображена таблица перевода величин из одних единиц измерения в другие. Рассмотрите эту таблицу и постарайтесь объяснить, как она составлена. Подумайте, как, пользуясь этой таблицей, выполнить следующие задания.



675. Выразите в миллиметрах:

- 1) 45 см; 2,78 см; 0,24 дм; 0,046 м;
2) 0,52 см; 85,2 дм; 77,098 дм; 32,6 м.



676. Выразите в метрах:

- 1) 1 км, 1 дм, 1 см, 1 мм; 3) 4 км, 6 дм, 8 см, 5 мм;
2) 3 км, 6 дм, 7 см, 8 мм; 4) 56 км, 12 дм, 56 см, 89 мм.

Проверьте свои рассуждения.

1 см = 10 мм, значит, чтобы величину, выраженную в сантиметрах, выразить в миллиметрах, надо соответствующее число умножить на 10, например:

$$12 \text{ см} = (12 \cdot 10) \text{ мм} = 120 \text{ мм};$$

$$17,3 \text{ см} = (17,3 \cdot 10) \text{ мм} = 173 \text{ мм}.$$

А если величину, выраженную в метрах, надо выразить в миллиметрах, эту операцию надо повторить трижды, так как 1 м = 1000 мм:

$$27 \text{ м} = (27 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10) \text{ мм} = 27\,000 \text{ мм};$$

$$15,35 \text{ м} = (15,35 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10) \text{ мм} = 15\,350 \text{ мм}.$$

Если же, наоборот, величину, выраженную в миллиметрах, надо выразить в метрах, то трижды надо повторить деление на 10.

$$3000 \text{ мм} = (3000 : 10 : 10 : 10) \text{ м} = 3 \text{ м};$$

$$5420 \text{ мм} = (5420 : 10 : 10 : 10) \text{ м} = 5,42 \text{ м}.$$

Заметим, что при переводе длины из одной единицы ее измерения в другие запятая перемещается на столько знаков, сколько шагов надо сделать в таблице, чтобы добраться от одной единицы измерения длины до другой. При этом запятая перемещается в том же направлении, в каком происходит перемещение по таблице.

Подумайте, как связано число знаков, на которое перемещается запятая, с числом шагов в таблице, если мы имеем дело с единицами площади?

Выразите в метрах:

- 677.** а) 480 км, 480 дм, 480 см, 480 мм;
б) 525 км, 525 дм, 525 см, 525 мм;
в) 3 км, 3 дм, 3 см, 3 мм;
г) 67 км, 67 дм, 67 см, 67 мм.
- 678.** а) 4,2 мм, 45,21 дм, 0,54 см, 7,2 км;
б) 0,85 см, 0,054 км, 88,3 дм, 0,05 мм;
в) 21,3 дм, 8300,5 см, 0,48 мм, 8,08 км;
г) 0,087 км, 0,2 мм, 78,32 дм, 6,6 см.
- 679.** а) 1 дм 5 см, 7 дм 5 см, 8 см 4 мм, 7 см 3 мм;
б) 32 см 4 мм, 2 дм 5 мм; 67 см 12 мм, 42 дм 7 мм;
в) 117 см 5 мм, 80 дм 87 мм, 95 см 2 мм, 55 дм 5 мм;
г) 230 см 7 мм, 39 дм 15 мм, 2 см 4 мм, 41 дм 9 мм.

Выразите в м²:

- 680.** а) 1 га, 1 см², 1 дм², 1 мм², 1 км²;
б) 3 дм², 9 см², 0,00468 км², 4 мм²;
в) 2,1 а, 8670 мм², 0,69 дм², 4,8 см²;
г) 0,59 см², 0,88 дм², 4,008 га, 0,034 мм².
- 681.** а) 42 дм², 6578 мм², 0,095 км², 63 см²;
б) 423 мм², 2,3 дм², 0,045 см², 5,8 км²;
в) 1,008 см², 5,07 дм², 2,5 а, 8,07 мм²;
г) 0,005 а, 44 га, 0,28 мм², 4320 см.



682. В магазине имеется 56 кг карамели трех сортов: с клубникой, с малиной и с черной смородиной. Найдите массу карамели с черной смородиной, если карамели с клубникой было в 3 раза, а карамели с малиной — в 6 раз больше, чем карамели с черной смородиной.



683. Площадь поля, принадлежащего сельскохозяйственному объединению, — 365 га. Под посевы проса отведено в 5 раз, а под посевы пшеницы — в 4 раза бо́льшая площадь поля, чем под посевы овса. Найдите площадь, отведенную под овес.



684. Вычислите:

а) $\frac{3}{8} + \frac{1}{4}$; б) $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$; в) $\frac{7}{12} - \frac{1}{2}$; г) $\frac{2}{9} + \frac{2}{3}$.

**Контрольные задания**

1. Выразите в метрах: 2,3 мм; 5,04 км.
2. Выразите в м²: 3,6 дм²; 0,45 га.

§ 41.**СРАВНЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ**

- 685.** Сравните числа, записав их предварительно в таблицу разрядов:
1) 48,326 и 48,5; 2) 651,0786 и 651,098; 3) 52,6 и 52,59.

Вспомните, как сравнивают натуральные числа. Можно ли утверждать, что десятичные дроби сравнивают так же?

- 686.** Сравните числа:

- а) 35,87 и 35,8695; в) 60,35 и 60,5;
б) 23,53 и 23,530; г) 0,1200 и 0,12.

- 687.** Сравните числа:

- а) 2,386 и 2,39; б) 43,7 и 43,696; в) 5,09 и 5,1; г) 0,486 и 0,5.

- 688.** Расположите числа в порядке убывания:

0,25; 0,387; 0,362; 0,25998; 0,00489; 0,82; 0,7; 0,216958; 0,7208; 0,8056.

- 689.** Расположите числа в порядке возрастания:

0,5125; 0,801; 0,0964; 0,81; 0,2; 0,205; 0,21; 0,0057.



- 690.** Запишите цифры, которые можно поставить вместо *, чтобы получилось верное неравенство:

- а) $48,*98 < 48,398$; в) $98, 31* < 98,311$;
б) $25,98 > 25,9*$; г) $32,351 > 32,3*1$.



- 691.** Запишите цифры, которые можно поставить вместо *, чтобы получилось верное неравенство:

- а) $5,382 < 5,3*2$; в) $7,1 > 7,*1$;
б) $31,* < 31,2$; г) $7,01 < 7,*08$.

692. Напишите какую-нибудь десятичную дробь вместо *, чтобы получилось верное неравенство:

- а) $* < 0,1$; б) $* < 0,01$; в) $0,01 < * < 0,1$; г) $0,001 < * < 0,01$.

693. Напишите какую-нибудь десятичную дробь вместо *, чтобы получилось верное неравенство:

- а) $8,1 < * < 8,2$; в) $7,2 < * < 7,3$;
б) $10,5 < * < 10,51$; г) $4,87 < * < 4,871$.

694. Какой из следующих отрезков имеет наибольшую длину:
 $AB = 367$ см, $CD = 5698$ мм, $EF = 79$ дм, $GH = 2,8$ м?
Ответ обоснуйте.

695. а) Какой из следующих отрезков имеет наименьшую длину:
 $AK = 3,37$ м, $BD = 57,2$ дм, $MK = 167,24$ см, $LG = 6318$ мм?
Ответ обоснуйте.

б) Среди следующих отрезков укажите те, которые имеют одинаковую длину:
 $MN = 0,0834$ м, $KL = 83,4$ см, $ST = 0,834$ дм, $PQ = 834$ мм.

Выразите в килограммах:

- 696.** а) 2 мг, 2 г, 2 ц, 2 т; в) 8 мг, 85 мг, 659 мг;
б) 6 г, 79 г, 285 г; г) 7,8 т, 54 ц, 12,03 т.

697. а) 2 кг 235 г; б) 3 кг 600 г; в) 20 кг 860 г; г) 86 кг 44 г 61 мг.

698. а) 2,1 г; б) 0,3604 г; в) 8,9 мг; г) 0,035 мг.

699. Перенесите запятую так, чтобы каждое из данных чисел содержало 7 целых:

0,776; 78,34; 0,00742; 759,2; 0,0736; 77.

На сколько придется умножить или разделить каждое число?

Десятичная дробь — это число, записанное по тем же правилам, что и натуральное число. Поэтому правило округления десятичных дробей очень похоже на правило округления натуральных чисел. Вспомните его или, если забыли, найдите его формулировку в § 8. Подумайте, чем правило округления десятичных дробей будет отличаться от правила округления натуральных чисел (всегда ли надо цифры последующих разрядов заменять нулями?).

Проверьте себя.

При округлении десятичной дроби до разряда единиц, десятых, сотых и т. д. все цифры последующих разрядов отбрасываются.

При округлении десятичной дроби до разряда, старшего разряда единиц, цифры последующих разрядов целой части числа заменяются нулями, цифры дробной части — отбрасываются.

Цифра разряда, до которого выполняется округление, остается без изменения, если в округляемом числе за ней следовала одна из цифр: 0, 1, 2, 3, 4. В остальных случаях к ней прибавляется 1.

700. Округлите числа до указанного разряда:

- а) до десятых: 26,397; 3,039; 35,262; 8,132; 299,9999;
б) до сотых: 76,343; 22,038; 0,685; 0,00098; 7,008.

Определите, до какого разряда выполнено округление:

- 701.** а) $52,187 \approx 52,2$; д) $0,9072 \approx 0,91$;
б) $3,901 \approx 3,90$; е) $1,34287 \approx 1,3429$;
в) $0,569 \approx 1$; ж) $2,038 \approx 2,04$;
г) $18,2464 \approx 18,246$; з) $23,4009 \approx 23,40$.



702. а) В аквариуме морского музея 444 моллюска. Из них гребешков в 5 раз больше, чем мидий, а жемчужниц столько, сколько мидий и гребешков вместе. Определите число моллюсков каждого вида.

б) За покупку заплатили 525 р. десятирублевыми и пятирублевыми денежными знаками, причем тех и других дали поровну. На какую сумму дали денежных знаков каждого достоинства?



Контрольные задания

1. Сравните дроби:

- а) 8,9 и 8,53; б) 15,38 и 15,4; в) 3,250 и 3,25.

2. Округлите числа до разряда десятых:

- а) 3,48; б) 4,319; в) 4,98.

§ 42.

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ
ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Подумайте, отличается ли правило сложения десятичных дробей от правила сложения натуральных чисел. Если вы затрудняетесь ответить на этот вопрос, выполните следующее задание.



703. Вычислите и сравните результаты сложения каждой пары (предварительно слагаемые можно внести в таблицу разрядов):

- 1) $24 + 32$ и $2,4 + 3,2$;
- 2) $452 + 231$ и $4,52 + 2,31$;
- 3) $204 + 378$ и $0,204 + 0,378$.

Если вы все выполнили правильно, то ваш вывод будет таким:
сложение десятичных дробей, так же как и сложение натуральных чисел, выполняется поразрядно.

704. Вычислите устно:

- а) $0,1 + 0,2$; б) $0,01 + 0,02$; в) $0,15 + 0,23$; г) $0,29 + 0,61$.

Подумайте, какой должна быть запись при выполнении письменных вычислений.

Проверьте себя.

Если вычисления трудно выполнить устно, *слагаемые записывают в столбик таким образом, чтобы цифры, стоящие в одноименных разрядах, оказались друг под другом;*

при этом запятая должна оказаться под запятой, что поможет избежать ошибки при записи.

Запишите в столбик сумму чисел $38,321 + 1,56$ и найдите ее значение. Если вы все выполнили верно, ваша запись должна быть такой:

$$\begin{array}{r} 38,321 \\ + 1,56 \\ \hline 39,881 \end{array}$$

Представьте, как нам пришлось бы искать сумму чисел $38\frac{321}{1000}$ и $1\frac{56}{100}$,

если бы мы не знали десятичных дробей: мы сначала сложили бы целые

части, затем дробные, приведя их к общему знаменателю, и запись выглядела бы следующим образом:

$$38\frac{321}{1000} + 1\frac{56}{100} = 38\frac{321}{1000} + 1\frac{560}{1000} = 39\frac{881}{1000}.$$

Совершенно очевидно, что эта запись более громоздкая, и это помогает нам лишний раз убедиться в том, что умение записывать числа в виде десятичных дробей позволяет сократить записи при вычислениях и облегчить сами вычисления.

Вычислите:

- 705.** а) $272,3 + 34,15$; в) $0,0078 + 78,78$; д) $5,934 + 12,8$;
 б) $15 + 8,009$; г) $42 + 3,08$; е) $13,1 + 0,09$.
- 706.** а) $62 + 708,51$; в) $99,33 + 0,0777$; д) $47,35 + 2,65$;
 б) $621,7 + 54,3$; г) $48,548 + 259,452$; е) $1,38 + 12,7$.



707. Запишите как можно большее и как можно меньшее число, используя в его записи цифру 8, цифру 7, три цифры 0 и запятую. Найдите сумму этих чисел.



708. Подумайте, как выполнить вычитание десятичных дробей, и найдите значение разности:

- 1) $1,16 - 0,14$; 3) $2,561 - 1,34$;
 2) $0,43 - 0,38$; 4) $67,25 - 21,781$.

Если принцип записи десятичных дробей понятен, то задания первого столбика затруднений вызвать не должны. Найти значения выражений второго столбика немного сложнее, поэтому проверьте, правильно ли вы это выполнили:

$$\begin{array}{r} 3) \quad 2,561 \\ \quad 1,340 \\ \hline \quad 1,221 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4) \quad 67,250 \\ \quad 21,781 \\ \hline \quad 45,469 \end{array}$$

Сравните эти задания. Что в них общего и чем они отличаются?

Определите, по какому признаку данные выражения разбиты на четыре группы, и выполните вычисления:

- 709.** I) $15,31 - 6,15$; II) $65,7 - 52,25$;
 $46,37 - 7,75$; $3,27 - 0,008$;
 III) $82,784 - 33,6$; IV) $72 - 15,6$;
 $64,123 - 38,15$; $125 - 54,09$.

Вычислите:

- 710.** а) $43,57 - 18,4$; г) $0,21 - 0,184$; ж) $72 - 3,56$;
б) $56 - 12,25$; д) $29,435 - 29,039$; з) $0,02 - 0,0061$;
в) $37,182 - 5,9$; е) $5 - 2,49$; и) $15,003 - 8,74$.

- 711.** а) $52,12 - 15,3$; г) $0,59 - 0,032$; ж) $34 - 12,084$;
б) $135 - 134,93$; д) $2 - 1,827$; з) $0,7 - 0,695$;
в) $74,38 - 56,8$; е) $0,17 - 0,092$; и) $1,4 - 1,076$.



712. а) На координатном луче отмечена точка $A(52,96)$. Найдите координаты точек B и C , если известно, что $AB = 12,387$, $AC = 5,079$ и точка B расположена правее, а точка C — левее точки A .

б) На координатном луче отмечены точки $A(12,85)$, $B(21,7)$ и точка C , расположенная между ними. Найдите AB , AC и BC , если известно, что AC больше CB на $2,85$.



713. На координатном луче отмечены точки $A(17,3)$, $B(25,9)$ и точка C , расстояние от которой до точки B равно 18 единичным отрезкам. Найдите AB , AC и BC . Сколько решений имеет задача?



714. Представьте следующие числа в виде разности натурального числа и дроби:

- а) $0,37$; б) $0,64$; в) $2,05$; г) $4,368$.



715. Запишите как можно большее и как можно меньшее число, используя цифру 3, цифру 8, три цифры 2 и запятую. Найдите сумму и разность этих чисел.

Как изменятся результаты сложения и вычитания, если каждое из записанных вами чисел увеличить в 10 раз; уменьшить в 10 раз?

716. Вычислите:

- а) $3,8 \cdot 10 + 3,8 \cdot 100 + 3,8 \cdot 1000$;
б) $4,7 : 10 + 4,7 : 100 - 4,7 : 1000$;
в) $25,22 \cdot 10 + 186,354 \cdot 100 - 16,7 \cdot 10$;
г) $79,504 : 10 + 0,2534 \cdot 100 - 0,92038 \cdot 10$.

Подумайте, как, применяя законы арифметических действий, можно найти значения выражений (№ 717, 718) устно, и выполните вычисления.



- 717.** а) $16,25 + 24,3 + 3,75$; в) $39,54 + 44,8 + 40,46 + 5,2$;
б) $35,7 + 88,2 - 5,7 - 8,2$; г) $0,58 + 6,43 + 3,57 + 0,42$.



- 718.** а) $67,4 + 49,63 - 4,63 - 2,4$; в) $41,57 - 11,5 - 0,07 + 60$;
б) $18,34 + 31,66 - 18,5 - 1,5$; г) $65,98 + 55,77 + 35,23$.



- 719.** Длина живой изгороди 5,5 м, а ширина — 45 дм. Найдите периметр изгороди (в метрах).



- 720.** Длина полки 1,25 м, а глубина — 350 мм. Найдите ее периметр (в метрах).



- 721.** Одна из сторон ковра прямоугольной формы равна 2,3 м, а другая — на 54 см короче. Найдите периметр ковра (в метрах).



- 722.** Вычислите:
а) $4,45 \cdot 10 + 844 : 100 - 35,7 : 1000 + 509,432 : 10$;
б) $59,9997 \cdot 100 + 685826,1 : 1000 + 3,7672 \cdot 100$.



- 723.** Существует ли треугольник со сторонами:
а) 3 см, 15 см, 2,2 м; в) 34,2 дм, 35,9 дм, 7,01 м;
б) 21,5 м, 45,15 м, 65,5 см; г) 85 мм, 253,7 мм, 0,2 м?
Если такой треугольник существует, найдите его периметр.



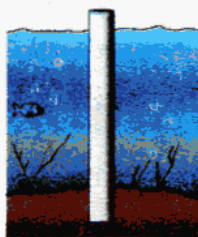
- 724.** Саша купил 1,5 кг черноплодной рябины, 1,2 кг антоновских яблок и 800 г грецких орехов. Сможет ли Саша унести свою покупку в пластиковом пакете, рассчитанном на 3 кг?



- 725.** Автомобиль имеет грузоподъемность 0,4 т. Можно ли положить в багажник автомобиля 2 мешка моркови по 50 кг каждый, если в салоне должны ехать четыре человека, массы которых составляют 81 кг, 74,7 кг, 37,2 кг и 46 кг?



- 726.** В дно реки, глубина которой 14,1 м, вбита свая. Она входит в грунт на 2,25 м и возвышается над водой на 1,4 м. Найдите длину сваи.



727. Сумма двух чисел, одно из которых в 9 раз больше другого, равна 43,862. Найдите эти числа.

728. Сумма двух чисел, одно из которых в 99 раз больше другого, равна 91,964. Найдите эти числа.

729. Используя условия двух последних задач, составьте выражения для следующих величин, обозначив буквой x меньшее число:

- а) большее число;
- б) сумма чисел.

Составьте уравнения по условиям этих задач и решите их.

730. Разность двух чисел, одно из которых в 11 раз больше другого, равна 9,045. Найдите эти числа.

731. Разность двух чисел, одно из которых в 101 раз больше другого, равна 634,28. Найдите эти числа.

732. Используя условия двух последних задач, составьте выражения для следующих величин, обозначив буквой x меньшее число:

- а) большее число;
- б) разность чисел.

Составьте уравнения по условиям этих задач и решите их.

733. Определите, по какому признаку следующие уравнения разбиты на три группы, и решите их:

а) $x + 5,032 = 27,2$;	б) $x - 93,1 = 79,01$;	в) $48,5 - x = 37,1$;
$x + 29,17 = 13,4$;	$x - 43,12 = 90$;	$55,05 - x = 33,9$;
$52 + x = 78,035$;	$x - 42,16 = 69,2$;	$22,99 - x = 17,3$.

734. Скажите, являются ли истинными следующие утверждения (высказывания):

- сумма десятичных дробей не может быть натуральным числом;
- разность десятичных дробей не может быть натуральным числом.

735. В магазинчик «Во дворе» поступил контейнер с яблоками голден массой брутто 267,4 кг. В первый день было продано 35,9 кг яблок, во второй — 10,08 кг и в третий — 50,12 кг, после чего в контейнере осталось 160,3 кг яблок. Найдите массу пустого контейнера (тары).

- 736.** Найдите длину пятипролетного железнодорожного моста, если три средних пролета имеют одинаковую длину по 61,5 м, а каждый из двух крайних пролетов короче среднего на 10,06 м.



- 737.** Какие фигуры изображены на втором форзаце?
Правильно, это четырехугольники. Скажите, каким цветом закрашены квадраты, прямоугольники.

Четырехугольники, закрашенные другими цветами, также имеют специальные названия. Возможно, названия некоторых из них вы знаете, постарайтесь их вспомнить. Выполнив задания, данные ниже, вы можете проверить себя или узнать новое для себя название того или иного четырехугольника.

Вычислите и заполните таблицу. Так называются синие четырехугольники:

- О. $0,25 + 4,13$;
Б. $4,56 - 0,8$;
М. $7,3 - 3,28$;
Р. $15,2 + 3,86$.

19,06	4,38	4,02	3,76

Какие общие свойства вы заметили у этих четырехугольников?

Решения следующих задач запишите в виде числовых выражений и найдите их значения. Подумайте, в каких задачах можно изменить условие так, чтобы они решались меньшим количеством действий.

- 738.** Найдите число, которое больше 6,3 на столько, на сколько 17,03 больше 12,5.

- 739.** Найдите число, меньшее 18,6 на столько, на сколько 22,68 меньше 33,5.

- 740.** Велосипедист догнал пешехода в 15 ч. Какое расстояние было между ними в 14 ч, если скорость пешехода — 4,92 км/ч, а скорость велосипедиста — 12,4 км/ч.

- 741.** Выручка от продажи рыбы за два дня составила 15 261,4 р. В первый день было продано рыбы на 5781,35 р. На сколько больше было получено денег во второй день?

- 742.** Чтобы получить латунь, сплавляли 64,85 кг меди, 32,75 кг цинка и 2,1 кг свинца. Потери во время плавки составили 2215 г сплава. Определите массу полученной латуни.
- 743.** Малая пекарня израсходовала в первый день 4,25 т муки, во второй — на 1750 кг меньше, а в третий — на 2,39 т меньше, чем во второй и в первый дни вместе. Сколько тонн муки было израсходовано за эти три дня?
- 744.** От мотка упаковочного шпагата длиной 74,8 м отрезали три куска. Длина первого куска — 31,45 м, второго — в 10 раз, а третьего — на 6,78 м меньше первого. Какова длина шпагата, оставшегося в мотке?
- 745.** Начертите с помощью циркуля окружность и проведите диаметр. Обозначьте его AB . На окружности отметьте две любые точки — C и D . Соедините их с точками A и B . Какими (острыми, прямыми или тупыми) получились углы ACB и ADB ? Сделайте вывод.
- 746.** Начертите окружность и проведите отрезок AB с концами на этой окружности. Отметьте на окружности точки C , D и E так, чтобы угол ABC был острым, угол ABD — прямым, а угол ABE — тупым.
- 747.** На отдельном листе бумаги, используя чашку вместо циркуля, проведите карандашом окружность. Вырежьте получившийся круг и подумайте, как при помощи перегибаний найти его центр. Подумайте, как найти центр круга в случае, если круг перегнуть нельзя.
- 748.** 1) Длину прямоугольника уменьшили в 2 раза. Как изменилась его площадь?
2) Длину и ширину прямоугольника уменьшили в 2 раза. Как изменилась его площадь?
3) Длину прямоугольника уменьшили в 10 раз. Как изменилась его площадь?
4) Длину и ширину прямоугольника уменьшили в 10 раз. Как изменилась его площадь?
- 749.** Вычислите, заполните таблицу. Так называются оранжевые четырехугольники (см. второй форзац):
- | | | |
|-----------------------|----------------------|----------------------|
| О. $1,05 + 0,0024$; | Л. $15,324 + 28,7$; | Е. $210,6 - 8,926$; |
| А. $79,261 - 68,15$; | Р. $1,05 - 0,0024$; | Г. $43,521 - 5,7$; |

М. $28,163 + 21,84$; П. $17,305 + 4,59$.

21,895	11,111	1,0476	11,111	44,024	44,024	201,674	44,024	1,0524	37,821	1,0476	11,111	50,003	50,003

Сравните эти четырехугольники с синими.



Контрольное задание

В треугольнике ABC $\angle A = 60,25^\circ$, $\angle B = 72,87^\circ$. Найдите величину угла C .

§ 43.

УМНОЖЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Сравните данные, условия и решения следующих двух задач. Подумайте, каким должен быть ответ во второй задаче.

1) Найдите площадь зала прямоугольной формы со сторонами 12 м и 47 м.

Решение: $12 \cdot 47 = 564$ (м²).

Ответ: 564 м².

2) Найдите площадь кабинета прямоугольной формы, длина которого — 12 м и ширина — 4,7 м.

Решение: $12 \cdot 4,7 = ?$

Ответ: ?

Если вы затрудняетесь сразу дать ответ, сравните числа 47 и 4,7 и вспомните, как изменяется значение произведения, если один из множителей уменьшается в несколько раз.

Рассуждать можно, например, так: второе произведение отличается от первого тем, что в нем один из множителей меньше в 10 раз. Значит, и значение второго произведения по сравнению с первым меньше в 10 раз.

Следовательно, $12 \cdot 4,7 = 56,4$.



750. Вычислите, рассуждая аналогично:

- 1) $1,2 \cdot 47$; 2) $1,2 \cdot 4,7$; 3) $12 \cdot 0,47$;
4) $0,12 \cdot 47$; 5) $0,12 \cdot 4,7$; 6) $0,012 \cdot 47$.

**751.** Вычислите:

$13 \cdot 4;$	$16 \cdot 3;$	$15 \cdot 6;$
$1,3 \cdot 4;$	$16 \cdot 0,3;$	$0,15 \cdot 6;$
$0,13 \cdot 4;$	$1,6 \cdot 3;$	$1,5 \cdot 0,006;$
$13 \cdot 0,4;$	$16 \cdot 0,03;$	$0,15 \cdot 0,06;$
$13 \cdot 0,04;$	$1,6 \cdot 0,3;$	$0,015 \cdot 6;$
$1,3 \cdot 0,4;$	$1,6 \cdot 0,03;$	$0,015 \cdot 0,06;$
$1,3 \cdot 0,04;$	$0,16 \cdot 3;$	$0,15 \cdot 0,006;$
$0,13 \cdot 0,4;$	$0,16 \cdot 0,3;$	$0,00015 \cdot 6;$
$0,13 \cdot 0,04.$	$0,16 \cdot 0,03.$	$15 \cdot 0,0006.$

**752.** Вычислите:

1) $356 \cdot 34;$	2) $1073 \cdot 81;$	3) $74 \cdot 625;$
$3,56 \cdot 3,4;$	$1,073 \cdot 8,1;$	$0,074 \cdot 6,25.$

Проанализируйте, как вы выполняли предыдущие задания, и попробуйте сформулировать правило умножения десятичных дробей.

753. Вычислите:а) $31,54 \cdot 32;$ б) $61 \cdot 3,245;$ в) $3,005 \cdot 44,44;$ г) $60,5 \cdot 4,8.$ **754.** Вычислите:а) $71,7 \cdot 9,01;$ в) $21,004 \cdot 6,5;$
б) $2,3456789 \cdot 0,3;$ г) $45,34 \cdot 20,01.$ **755.** Вычислите:а) $13,3456789 \cdot 3 + 99,7654321 \cdot 3 + 766,666667;$
б) $7,6 \cdot 0,25 + 290 : 1000 + 25,8 \cdot 0,5 - 420 \cdot 0,03;$
в) $5700 \cdot 0,105 - 87 \cdot 1,7 + 8009 : 1000 - 8009 \cdot 0,001;$
г) $5867 : 100 + 78,55 \cdot 2,08 + 51,09 \cdot 3,4 - 586,7 \cdot 0,1.$

Проверьте, так ли вы сформулировали правило умножения десятичных дробей.

При умножении десятичных дробей сначала надо выполнить умножение, не обращая внимания на запятую, а затем в произведении отделить запятой справа столько знаков, сколько их имеется после запятой в обоих множителях вместе.

Подумайте, как, применяя законы арифметических действий, значения следующих выражений можно найти устно.

756. а) $27,3 \cdot 0,5 \cdot 2$; в) $2,5 \cdot 0,4 \cdot 50 \cdot 0,02$;
б) $0,25 \cdot 53,34 \cdot 4$; г) $44,81 \cdot 125 \cdot 0,08$.

757. а) $5 \cdot 79,23 \cdot 0,2$; в) $1,25 \cdot 500 \cdot 0,2 \cdot 0,08$;
б) $72,3 \cdot 0,25 \cdot 0,4$; г) $579 \cdot 5 \cdot 0,002$.

758. а) $0,125 \cdot 6,53 \cdot 8$; в) $125 \cdot 0,2 \cdot 16,79 \cdot 0,4$;
б) $28,25 \cdot 0,8 \cdot 12,5$; г) $28,81 \cdot 0,25 \cdot 0,4$.

759. Вычислите:

а) $72,58 \cdot 0,1$; $72,58 : 10$; в) $72,58 \cdot 0,001$; $72,58 : 1000$;
б) $72,58 \cdot 0,01$; $72,58 : 100$; г) $72,58 \cdot 0,0001$; $72,58 : 10\,000$.

Какую закономерность вы заметили при выполнении задания № 759?

Выполните действия:

760. а) $0,07 \cdot 100 \cdot 0,23 + 0,25 \cdot 16,5$; д) $7,5 \cdot 0,4 + 3,2 \cdot 0,17$;
б) $3,75 \cdot 2,05 + 0,05 \cdot 30,48$; е) $4,28 \cdot 0,2 - 1,7 \cdot 0,3$;
в) $135,2 \cdot 2,02 - 46,002 \cdot 2,9$; ж) $0,8 \cdot 3,15 + 0,18 \cdot 3,6$;
г) $71,2 \cdot 0,201 - 6,6 \cdot 2,01$; з) $7,1 \cdot 1,3 - 0,19 \cdot 5,02$.

761. а) $(62 - 14,8) \cdot (34 - 0,175) - 961,9196$;
б) $32,05 \cdot (28,03 + 11,5) - 1266,9365$;
в) $3,324 \cdot 0,52 \cdot 100 - 8,9 \cdot 0,32$;
г) $(4,99 - 0,88) \cdot (5,131 + 4,369)$.

Вычислите устно:

762. а) $63 \cdot 1,6 + 1,6 \cdot 37$; в) $2,8 \cdot 74 + 2,8 \cdot 26$;
б) $0,69 \cdot 14 - 0,19 \cdot 14$; г) $48 \cdot 4,51 + 4,51 \cdot 52$.

763. а) $2,839 \cdot 35 + 65 \cdot 2,839$; в) $0,58 \cdot 25 - 0,18 \cdot 25$;
б) $0,58 \cdot 24 - 0,48 \cdot 24$; г) $15 \cdot 0,46 - 15 \cdot 0,16$.

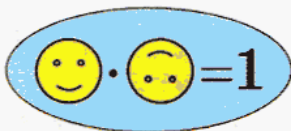
У

764. Вычислите:

1) $0,8 \cdot 1,25$; 3) $6,25 \cdot 0,16$; 5) $0,15625 \cdot 6,4$;
2) $2,5 \cdot 0,4$; 4) $3,125 \cdot 0,32$; 6) $0,78125 \cdot 1,28$.

Числа, произведение которых равно 1, называют взаимно-обратными числами.

Укажите еще несколько пар взаимно-обратных чисел.



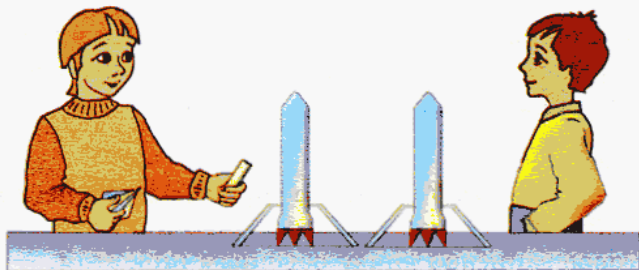
765. Цена одного метра атласа — 42,8 р., а шелк на 4,78 р. дешевле. Хватит ли 900 р. на покупку 9,75 м атласа и 10,5 м шелка?



766. Хватит ли купленной ковровой дорожки для трех коридоров, имеющих длину 27,4 м, 25,8 м и 13,7 м, если дорожки куплено 2 куска по 14,6 м и 2 куска по 12,6 м? Если не хватит, то сколько метров?



767. Из двух городов одновременно навстречу друг другу вышли два грузовика. Скорость одного из них — 65,4 км/ч, а скорость второго — на 10,8 км/ч меньше. Найдите расстояние между городами, если грузовики встретились через 0,9 ч.



768. На соревнованиях по техническому моделированию были одновременно запущены две ракеты. Скорость одной из них — 0,035 км/с, а скорость второй — 0,0285 км/с. На какое расстояние через 2 с после старта вторая ракета отстанет от первой?



Контрольные задания

Выполните действия: а) $16 \cdot 8,41$;

в) $0,01 \cdot 15,3$;

б) $2,34 \cdot 0,7$;

г) $0,048 \cdot 0,001$.

§ 44.

СТЕПЕНЬ ЧИСЛА

В этом параграфе мы продолжаем знакомиться с математическим языком.

Рассмотрите таблицы:

$15 + 15 =$	$15 \cdot 2$
$9 + 9 + 9 =$	$9 \cdot 3$
$7 + 7 + 7 + 7 =$	$7 \cdot 4$
$3 + 3 + 3 + 3 + 3 =$	$3 \cdot 5$
$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 =$	$2 \cdot 6$

$15 \cdot 15 =$	15^2
$9 \cdot 9 \cdot 9 =$	9^3
$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$	7^4
$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$	3^5
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$	2^6

Объясните, как связаны левый и правый столбцы каждой таблицы.

Если вы догадались, что означает форма записи в правом столбце второй таблицы, представьте в виде произведения выражения:

а) 5^4 ; б) 8^2 ; в) a^3 ; г) b^6 .

Проверьте себя.

Запись вида 5^4 , 8^2 , a^3 , b^6 заменяет произведение нескольких одинаковых множителей:

число, которое записано внизу обычным шрифтом, — множитель;

число, которое записано сверху мелким шрифтом, — число множителей.

Поэтому $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$,

$a^3 = a \cdot a \cdot a$,

$8^2 = 8 \cdot 8$,

$b^6 = b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$.

Выражение a^n называют *степенью числа*, где a — *основание степени*, а n — *показатель степени*.

Выражение 5^4 читается так: «*пять в четвертой степени*». Выражение a^n — «*a в степени эн*» или «*a в энной степени*».

У

769. 1) Прочитайте выражение, назовите основание и показатель степени:

а) 5^3 ; б) 8^2 ; в) 16^8 ; г) 1^7 .

2) Сравните значения выражений:

а) 5^3 и $5 \cdot 3$; б) 8^2 и $8 \cdot 2$; в) 4^5 и $4 \cdot 5$; г) 1^7 и $1 \cdot 7$.



770. 1) Запишите выражение для вычисления площади квадрата в виде степени, если его сторона равна:

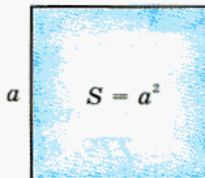
а) 3 см; б) 5 см; в) 17 см; г) 25 см.

2) Запишите формулу площади квадрата, если его сторона равна a см.

Проверьте себя.

1) а) $3 \cdot 3$ или 3^2 ; б) 5^2 ; в) 17^2 ; г) 25^2 .

2) $S = a^2$.



Значение выражения a^2 равно площади квадрата со стороной, равной a . Поэтому выражения такого вида принято читать так: « a в квадрате» — или просто: « a квадрат».

Например: 3^2 — три в квадрате, 5^2 — пять в квадрате.

Вы знаете, что «квадратный метр», «квадратный сантиметр» обозначаются соответственно м^2 , см^2 . Теперь, когда вы знаете, что такое степень, становится понятным, откуда взялось такое обозначение.

Прочитайте выражение и найдите его значение:

771. а) 14^2 ; б) 27^2 ; в) 25^2 ; г) 36^2 .

772. а) $2,5^3$; б) $0,8^4$; в) $3,1^2$; г) $0,2^5$.

773. а) $0,1^4$; б) $0,03^3$; в) $0,504^2$; г) $0,04^5$.



774. Вычислите значения выражений. Укажите выражения, значения которых равны:

а) $1,15^2 - 0,12^2$; б) $(7,6 - 0,54)^2$;
 $(1,15 - 0,12)^2$; $7,6^2 - 2 \cdot 7,6 \cdot 0,54 + 0,54^2$;
 $(1,15 - 0,12) \cdot (1,15 + 0,12)$; $(7,6 - 0,54) \cdot (7,6 + 0,54)$.



775. Прочитайте выражение и найдите его значение при $a = 1,4$ и $b = 0,7$:
а) $a^2 + b^2$; б) $(a + b)^2$; в) $a^2 + 2ab + b^2$; г) $a^2 - 2ab + b^2$.

Укажите выражения, значения которых равны.



776. Прочитайте выражение и найдите его значение при $a = 23,2$ и $b = 4,2$:

а) $a^2 - b^2$; б) $(a - b)^2$; в) $a^2 - 2ab + b^2$; г) $a^2 + 2ab + b^2$.

Укажите выражения, значения которых равны.



- 777.** Найдите значение выражения при $a = 9,6$ и $b = 2,4$:
а) $a^2 - b^2$; б) $(a - b)^2$; в) $(a - b) \cdot (a + b)$; г) $(a + b)^2$.
Укажите выражения, значения которых равны.



- 778.** Найдите значение выражения при $a = 3,5$ и $b = 0,42$:
а) $a^2 - b^2$; б) $(a - b) \cdot (a + b)$; в) $(a + b)^2$; г) $a^2 + 2ab + b^2$.
Укажите, какие выражения имеют равные значения.

Вычислите устно:

- 779.** а) $56 \cdot 13 + 5,6 \cdot 70$; в) $3,5 \cdot 26 - 1,6 \cdot 35$;
б) $2,7 \cdot 28 - 1,8 \cdot 27$; г) $74 \cdot 26 + 2,6 \cdot 260$.
780. а) $35 \cdot 98 + 350 \cdot 0,2$; в) $5,4 \cdot 27 - 1,7 \cdot 54$;
б) $29 \cdot 25 + 2,9 \cdot 50$; г) $37 \cdot 34 + 3,4 \cdot 630$.
781. а) $5,6 \cdot 38 - 2,8 \cdot 56$; в) $92 \cdot 14 + 9,2 \cdot 60$;
б) $35 \cdot 54 + 3,5 \cdot 460$; г) $83 \cdot 57 + 8,3 \cdot 430$.



- 782.** Сторона квадрата равна 24,16 м. Найдите его периметр и площадь.



- 783.** Одна сторона прямоугольного участка имеет длину 2,51 м, а другая — 0,602 м. Найдите его периметр и площадь.



- 784.** Цена одного метра бязи — 42,8 р., а один метр шелка на 25,32 р. дороже. Какую сумму необходимо заплатить за 4,6 м бязи и 5,75 м шелка? Составьте числовое выражение для решения задачи и найдите его значение.



- 785.** Подумайте, какова длина стороны квадрата, площадь которого:
а) $0,01 \text{ м}^2$; б) $0,04 \text{ м}^2$; в) $0,25 \text{ м}^2$; г) $0,09 \text{ м}^2$.



- 786.** Сравните площадь прямоугольника со сторонами 13,2 см и 9,3 см с площадью квадрата: а) со стороной, равной большей стороне прямоугольника; б) со стороной, равной меньшей стороне прямоугольника. Найдите разные решения этой задачи.



- 787.** Из листа пластика размером $3,5 \times 1,75 \text{ м}$ вырезали 4 куса прямоугольной формы размером $0,6 \times 1,25 \text{ м}$, 2 куса размером $0,8 \times 0,4 \text{ м}$ и 5 кусков размером $0,2 \times 0,3 \text{ м}$. Найдите площадь оставшегося пластика.



788. Найдите длину забора, окружающего дом прямоугольной формы длиной 15,5 м и шириной 4,8 м, если забор поставлен на расстоянии 10 м от него.



789. Составьте числовые выражения и вычислите их значения:

- а) сумма произведения чисел 3,2 и 2,5 и числа 6,04;
- б) разность числа 16,7 и произведения чисел 3,5 и 1,08;
- в) сумма числа 12,108 и произведения чисел 6,2 и 5,05;
- г) утроенная сумма чисел 12,85 и 10,9.



Среди следующих буквенных выражений найдите равные:

- 790.** а) $3,1 \cdot (x + y)$; в) $3,1x + y$;
б) $3,1y + 3,1x$; г) $3,1x + 3,1y$.



- 791.** а) $0,9 \cdot (m - n)$; в) $0,9m - n$;
б) $0,9m - 0,9n$; г) $0,9n - 0,9 m$.



- 792.** а) $0,55 \cdot (x + y)$; в) $0,55x + y$;
б) $0,55x + 0,55y$; г) $y \cdot 0,55 + x \cdot 0,55$.



793. а) Вырежьте из плотной бумаги треугольник со стороной 14,5 см, проведите к этой стороне высоту. Выполните необходимые измерения, выразите их в метрах и найдите периметр и площадь этого треугольника. Измерьте углы треугольника и проверьте правильность измерения, используя свойство суммы углов треугольника.

б) Приложите одинаковыми сторонами свой треугольник к треугольнику соседа по парте и ответьте на вопросы:

- какая получилась фигура?
- чему равны ее периметр и площадь?
- чему равна сумма ее углов?

Найдите несколько способов поиска ответов на последние два вопроса.



794. Выберите правильный ответ. Так называются желтые четырехугольники (см. второй форзац):

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| 1) $5,68 + 13,233$ | 4) $15,708 - 3,52$ |
| Б. 18,813; Т. 18,913; Е. 18,923; | Н. 12,288; М. 15,356; П. 12,188; |
| 2) $17,8 - 2,51$ | 5) $15,68 + 4,321$ |
| Р. 15,29; К. 15,31; М. 15,39; | Е. 20,001; А. 19,901; О. 19,001; |
| 3) $4,541 + 2,8$ | 6) $16,11 - 8,223$ |
| О. 4,569; А. 7,341; Е. 6,341; | К. 8,893; Ч. 7,893; Ц. 7,887; |

7) $0,0034 + 1,237$

8) $3,18 - 0,0018$

У. 1,2304; И. 1,2404; Л. 1,3404;

Я. 3,1782; Н. 3,1818; Д. 3.

1	2	3	4	5	6	7	8

Какую особенность вы заметили у этих четырехугольников?



Контрольные задания

- Укажите основание, показатель степени и прочитайте выражения:
а) 25^2 ; б) 3^5 .
- Найдите значения этих выражений.

§ 45.

СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ. ДЕЛЕНИЕ ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ НА НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО

Подумайте, как найти частное $0,6 : 2$.

Интуитивно ясно, что результат равен $0,3$. Действительно, если представить $0,6$ в виде обыкновенной дроби, получим

$$0,6 : 2 = \frac{6}{10} : 2 = \frac{3}{10} = 0,3.$$



795. Вычислите устно:

- | | | |
|----------------|-----------------|----------------|
| 1) $0,8 : 2$; | 4) $0,15 : 3$; | 7) $1,5 : 5$; |
| 2) $0,9 : 3$; | 5) $0,24 : 4$; | 8) $0,2 : 4$; |
| 3) $5 : 2$; | 6) $10 : 4$; | 9) $0,5 : 2$. |



796. Во время соревнований по художественной гимнастике за выступление с лентой судьи выставили гимнастке следующие оценки: 9,5; 9,7; 9,4; 9,6; 9,7. Каков средний балл, полученный гимнасткой в этом виде соревнований?

Чтобы найти средний балл, надо вычислить среднее арифметическое оценок, полученных гимнасткой.

Средним арифметическим чисел называют сумму этих чисел, деленную на число слагаемых.



Значит, чтобы ответить на вопрос задачи, надо вычислить значение следующего выражения:

$$(9,5 + 9,7 + 9,4 + 9,6 + 9,7) : 5 = 47,9 : 5 = ?$$

Итак, решение задачи привело к необходимости разделить десятичную дробь 47,9 на натуральное число 5. Сделать это устно (не прибегая к делению в столбик, тем более что делать это мы пока не умеем) можно так:

$$\begin{aligned} 47,9 : 5 &= (45 + 2,9) : 5 = 45 : 5 + (2,5 + 0,4) : 5 = \\ &= 9 + 0,5 + 0,40 : 5 = 9,5 + 0,08 = 9,58. \end{aligned}$$

А теперь попробуем выполнить деление в столбик, ведь *десятичная дробь — это число, записанное в десятичной системе счисления позиционным способом, поэтому деление в столбик выполняется по тем же правилам, что и деление натуральных чисел:*

$$\begin{array}{r} 47,9 \overline{) 5} \\ - 45 \quad 9,58 \\ \hline 29 \\ - 25 \\ \hline 40 \\ - 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

Постарайтесь объяснить, почему в частном после цифры 9 стоит запятая, а к остатку 4 приписан 0.

Объяснить это можно следующим образом.

1) При делении 47 единиц на 5 мы получили 9 единиц и 2 единицы в остатке. Приписав к цифре 2 цифру 9, мы получили число, которое состоит из двух единиц и девяти десятых — всего 29 десятых. При делении этого числа на 5 получаем в частном 5 десятых, поэтому в ответе после цифры 9 надо поставить запятую, так как деление целой части закончилось.

2) Остаток 4 — это 4 десятых или 0,4. Но $0,4 = 0,40$. Поэтому, чтобы довести деление до конца, мы можем к остатку приписать справа 0.

797. Рассуждая аналогично, выполните деление:

- а) $12,4 : 5$; в) $526,4 : 4$; д) $36,47 : 7$;
 б) $13,08 : 4$; г) $12,48 : 6$; е) $32,56 : 8$.

Вычислите:

- 798.** а) $15,9 : 15$; в) $7,35 : 49$; д) $930,62 : 62$;
 б) $1,271 : 31$; г) $74,88 : 36$; е) $59,348 : 74$.

- 799.** а) $303,66 : 14$; в) $59,74 : 29$; д) $240,72 : 34$;
 б) $1265,04 : 36$; г) $495,12 : 12$; е) $16,04 : 8$.

- 800.** а) $0,0578 : 34$; в) $0,0837 : 27$; д) $0,52974 : 81$;
 б) $0,03948 : 42$; г) $0,03478 : 94$; е) $0,095 : 19$.

- 801.** а) $0,087 : 15$; в) $0,1062 : 18$; д) $0,152 : 16$;
 б) $0,000135 : 5$; г) $0,001824 : 32$; е) $0,72 : 24$.



802. Используя рисунок 137, расположите в порядке возрастания числа $2a$, $2b$ и $a + b$.

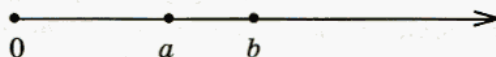


Рис. 137



803. Используя рисунок 138, сравните числа a и b .



Рис. 138



804. Незнайка за первую четверть по математике получил 8 отметок: 4, 3, 2, 2, 3, 5, 2, 4. Какую итоговую оценку за четверть он может получить, если ее будут выводить как среднее арифметическое всех полученных по предмету отметок за четверть? Какую четвертную отметку он мог бы получить, если бы вместо двоек были тройки?



805. Пончик в начале четверти получил отметки: 2, 2, 3, 4. Сколько пятерок ему надо получить, чтобы окончательная отметка была «4»?



806. Во время тренировки спортсмен пробежал 10 000 м за 34,5 мин. Первую тысячу метров он пробежал за 3,5 мин; следующие 5000 м за 14,5 мин. Определите (результат округлите до тысячных):

- среднюю скорость спортсмена во время пробега первой тысячи метров (м/с);
- среднюю скорость спортсмена во время пробега следующих 5 тысяч метров (м/с);
- среднюю скорость спортсмена во время пробега последних 4 тысяч метров (м/с);
- среднее арифметическое скоростей спортсмена на этих трех дистанциях (м/с);
- среднюю скорость пробега спортсменом всей дистанции (м/с).



807. 1) Точка C — середина отрезка AB (рис. 139). Найдите координату точки C .

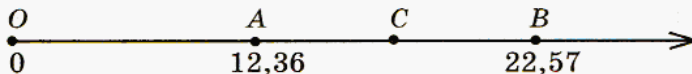


Рис. 139

2) Найдите среднее арифметическое чисел 12,36 и 22,57. Сравните полученный результат с координатой точки C .



808. Отметьте две любые точки на координатном луче, задайте их координаты. Найдите координату середины получившегося отрезка. Найдите среднее арифметическое координат точек, являющихся концами отрезка, и сравните его с координатой середины. Сделайте вывод.



809. Используя результаты двух предыдущих задач и рисунок (точка C — середина отрезка AB), составьте формулу для вычисления координаты середины отрезка.

Решите уравнение:



- 810.** а) $1,53x + 0,47x = 15$; в) $84,6x - 44,6x = 35$;
б) $3,28x + 4,72x = 17$; г) $39,49x + 10,51x = 18$.



- 811.** а) $6,5x - 2,5x = 19$; в) $7,14x + 17,86x = 38$;
б) $4,58x + 2,42x = 7,14$; г) $199,29x - 119,29x = 72$.



- 812.** а) $1,9x + 3,34x - 2,24x = 30,66$;
б) $96,41x - 88,24x + 1,83x = 0,0202$;
в) $4,25x + 56,402x - 4,652x = 58,912$;
г) $5,45x - 4,568x - 0,882x = 0$.



- 813.** а) $34,98x - 33,98x + 24x = 87,29$;
 б) $56,289x + 45,07x - 100,359x = 52,15$;
 в) $25,5x - 13,08x - 12,42x = 52,907$;
 г) $186,37x - 95,327x - 52,043x = 12,48$.

814. Среднесуточной температурой воздуха называется среднее арифметическое показаний термометра, зарегистрированных в течение суток. Найдите среднесуточную температуру по следующим данным:

Время, ч	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$T, ^\circ\text{C}$	10	10	9	9	8	8	9	10	10	11	11	12
Время, ч	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$T, ^\circ\text{C}$	13	13	13	14	14	13	12	11	10	10	10	9

В заданиях № 815, 816, не производя вычислений, определите, какие выражения имеют равные значения. Обоснуйте свой ответ. Проверьте правильность своих рассуждений, вычислив значение каждого выражения.



- 815.** а) $270,48 : 14 - (15,45 : 15 + 54,252 : 9)$;
 б) $270,48 : 14 - 15,45 : 15 + 54,252 : 9$;
 в) $270,48 : 14 - 15,45 : 15 - 54,252 : 9$;
 г) $54,252 : 9 + 270,48 : 14 - 15,45 : 15$.



- 816.** а) $0,3 \cdot (23,316 : 5,8 + 0,5175 : 0,75) - 1,413$;
 б) $0,3 \cdot 23,316 : 5,8 + 0,5175 : 0,75 - 1,413$;
 в) $0,3 \cdot 23,316 : 5,8 + 0,3 \cdot 0,5175 : 0,75 - 1,413$;
 г) $23,316 : 5,8 + 0,3 \cdot 0,5175 : 0,75 - 1,413$.



817. Высота небоскреба компании «Сирс и Робак» в Чикаго составляет 442 м, и в нем 109 этажей. Немного ниже два небоскреба-близнеца — Центр международной торговли в Нью-Йорке¹ — высотой по 412 м, в каждом из которых по 110 этажей. Сравните высоту одного этажа Чикагского и Нью-Йоркских небоскребов.



818. Автомобиль прошел 269,1 м. Какова длина окружности колеса автомобиля, если на этом пути оно сделало 117 оборотов?

¹ Разрушен 11 сентября 2001 года.



819. а) Скорость катера по течению реки — $28,7$ км/ч, а против течения — $23,4$ км/ч. Найдите скорость течения реки.

б) Теплоход по течению реки идет со скоростью $23,1$ км/ч, а против течения — $18,8$ км/ч. Найдите собственную скорость теплохода.



820. Катер, встретив плот, продолжал движение еще в течение полутора часа в том же направлении, а затем развернулся и направился обратно. Сколько ему понадобится времени, чтобы догнать плот?



821. Если ехать из Северной Осетии в Грузию по Военно-Грузинской дороге, то первую часть пути необходимо проделать в гору, до места, которое называется Крестовый Перевал, а остальной путь — под гору. Автомобиль при движении в гору преодолел 112 км за 3 ч 20 мин, а при движении под гору — $96,5$ км за 2 ч 40 мин. Найдите среднюю скорость автомобиля на всем пути.



822. Из пункта A в пункт B автомобилист ехал по одной дороге, длиной s км, а возвращался по другой, которая на 20 км короче. Хотя на обратном пути он и уменьшил свою скорость на 12 км/ч, времени у него ушло меньше, чем на путь из A в B . Составьте выражения для следующих величин:

- время, потраченное на путь из A в B , если автомобилист ехал со скоростью v км/ч;
- длина второй дороги;
- скорость автомобилиста на обратном пути;
- время, потраченное на путь из B в A ;
- на сколько меньше времени автомобилист потратил на обратный путь, чем на путь из A в B ;
- время, которое потребовалось автомобилисту на весь путь туда и обратно;
- длина всего пути, проделанного автомобилистом;
- средняя скорость автомобиля на всем пути.



Контрольные задания

1. Вычислите: а) $18,96 : 12$; б) $20,7 : 6$.
2. Найдите среднее арифметическое чисел $54,8$; $152,07$; $80,53$.

§ 46.

ДЕЛЕНИЕ ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ
НА ДЕСЯТИЧНУЮ ДРОБЬ

Сравните данные, условия и решения следующих задач. Подумайте, каким должен быть ответ во второй задаче.

1) Площадь садового участка прямоугольной формы — 1225 м^2 . Найдите ширину участка, если его длина равна 49 м .

Решение:

$$1225 : 49 = 25 \text{ (м)}.$$

Ответ: 25 м .

2) Площадь школьного коридора — $122,5 \text{ м}^2$. Найдите длину коридора, если его ширина равна $4,9 \text{ м}$.

Решение:

$$122,5 : 4,9 = ?$$

Ответ: ?

В случае затруднений, вспомните, меняется ли частное при увеличении или уменьшении делимого и делителя в одинаковое число раз. Свой ответ поясните, используя рисунок 140.

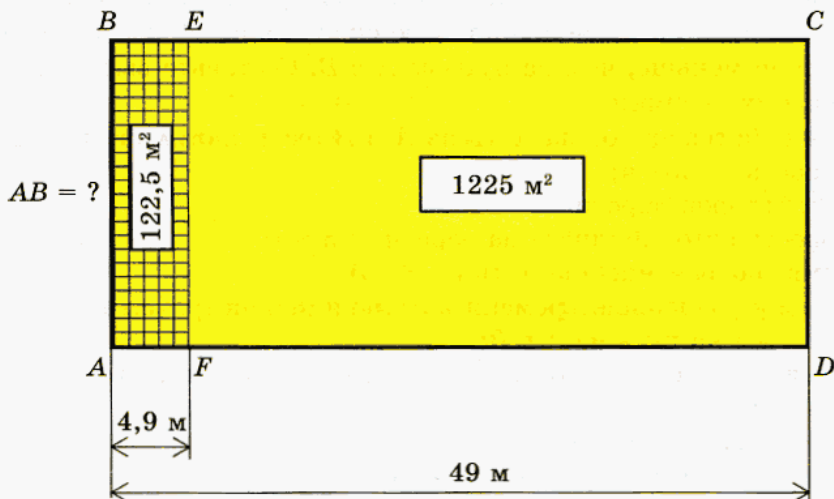


Рис. 140



823. Замените деление на десятичную дробь делением на натуральное число и вычислите результат:

1) $1,5 : 0,3$;

3) $0,35 : 0,5$;

5) $0,072 : 0,1$;

2) $4,2 : 0,06$;

4) $9 : 4,5$;

6) $1,634 : 0,0001$.

Постарайтесь сформулировать правило деления числа на десятичную дробь.

Проверьте себя.

Деление на десятичную дробь заменяется делением на натуральное число. Для этого нужно и в делимом, и в делителе перенести запятую на столько знаков вправо, сколько их содержится после запятой в делителе, а затем выполнить деление на натуральное число. Если в делимом не хватает знаков, то справа приписывают нули.

Вычислите:

- 824.** а) $6 : 0,8$; б) $160 : 0,016$; в) $32 : 1,28$; г) $24 : 6,25$.
825. а) $1 : 0,5$; б) $19 : 0,0608$; в) $4 : 0,025$; г) $8,932 : 2,9$.
826. а) $9 : 0,36$; б) $89 : 0,02848$; в) $34 : 0,085$; г) $225 : 0,625$.
827. а) $0,75 : 0,15$; б) $1,836 : 0,204$; в) $7,05 : 1,5$; г) $12,4 : 0,031$; д) $14,3 : 0,44$; е) $60,952 : 7,6$.
828. а) $0,2091 : 4,1$; б) $519,536 : 15,2$; в) $3,5 : 0,4$; г) $3,76 : 0,4$; д) $29,97 : 5,4$; е) $247,8 : 0,35$.
829. а) $168 : 400$; б) $7230 : 5000$; в) $16,92 : 4,23$; г) $6448 : 8000$; д) $4,128 : 4,6$; е) $0,2701 : 0,073$.
830. а) $1,75 : 1,4$; б) $25,9 : 3,7$; в) $86,1 : 2,46$; г) $18,4 : 7,36$.

Вычислите устно:

- 831.** а) $7,6 : 2$; б) $8 : 0,4$; в) $17,5 : 3,5$; г) $6,6 : 0,06$.
832. а) $6,3 : 3$; б) $15 : 0,5$; в) $90 : 4,5$; г) $10,15 : 0,5$.
833. а) $0,8 : 4$; б) $18 : 0,3$; в) $8,8 : 0,11$; г) $35 : 0,05$.
834. а) $1,8 : 6$; б) $64 : 3,2$; в) $7,49 : 7$; г) $18,6 : 0,004$.
835. а) $1,4 : 7$; б) $54 : 0,9$; в) $8,2 : 4,1$; г) $10 : 0,25$.



836. Выполните действия, результат округлите до указанного разряда:

- | | | | |
|---------------|----------------|-----------------|------------------|
| а) до единиц: | б) до десятых: | в) до сотых: | г) до тысячных: |
| $42,25 : 13$ | $900 : 93$ | $1,05 : 12$ | $48,156 : 15$ |
| $825,6 : 32$ | $6,048 : 1,2$ | $34,53 : 15$ | $10,6656 : 2,75$ |
| $69,02 : 3,4$ | $21,45 : 3$ | $106,5 : 2,145$ | $61,25075 : 25$ |



837. а) Может ли при делении десятичной дроби на десятичную дробь получиться натуральное число?

б) Может ли при делении десятичной дроби на натуральное число получиться натуральное число?

в) Может ли при делении натурального числа на десятичную дробь получиться натуральное число?

г) Может ли при делении натуральных чисел получиться десятичная дробь?

838. Звук распространяется в воздухе со скоростью 333,3 м/с. Через какое время будет услышан взрыв на расстоянии 2,5 км? (Ответ округлите до десятых.)

839. Моток пряжи имеет массу 100 г. Найдите длину нити в мотке, если масса 1 м нити составляет 0,29 г. Ответ округлите до десятых.

840. Масса мотка проволоки — 44,46 кг. Сколько метров проволоки в мотке, если масса 1 м проволоки составляет 292,5 г?



841. Шоссе отгорожено от крутого обрыва отбойным брусом длиной 120 м. Сколько столбов пошло на его установку, если они были установлены на расстоянии 2,4 м друг от друга?



842. Ширина садового участка — 30 м, а длина — 37,5 м. Сколько столбов понадобится для изгороди, если их устанавливают на расстоянии 2,5 м? Сравните эту задачу с предыдущей и скажите, что в них общего и чем они отличаются.



843. Некоторые из данных уравнений можно решить устно. Определите какие и найдите x . Выполните проверку. Остальные уравнения решите, выполнив письменные вычисления:

- | | | |
|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| 1) $2,6x = 1307,8$; | 4) $x \cdot 23,5 = 143,35$; | 7) $2,31x = 0,1617$; |
| 2) $x \cdot 7,08 = 84,96$; | 5) $5,3x = 4,24$; | 8) $x \cdot 3,4 = 3,4068$; |
| 3) $512x = 5,12$; | 6) $0,342x = 0,342$; | 9) $28x = 0,028$. |

В заданиях № 844, 845 среди числовых выражений найдите те, которые имеют равные значения. В каждом задании выберите любые два выражения, которые, с вашей точки зрения, не равны, и найдите их значения:



- 844.** а) $0,3 \cdot 28,56 + 0,3 : 1,5 - 0,512$;
б) $0,3 \cdot (28,56 + 1,5) - 0,512$;
в) $0,3 \cdot 28,56 + 0,3 \cdot 1,5 - 0,512$;
г) $0,3 \cdot 28,56 + 1,5 - 0,512$.



845. a) $0,51 + 0,8 \cdot (5 : 4 + 38 : 1,9 + 91,2 : 15,2);$

6) $0,51 + 0,8 \cdot (5 : 4 + 38 : 1,9) + 91,2 : 15,2;$

В) $0,51 + 0,8 \cdot 5 : 4 + 0,8 \cdot 38 : 1,9 + 0,8 \cdot 91,2 : 15,2;$

г) $0,51 + 0,8 \cdot 5 : 4 + 38 : 1,9 + 91,2 : 15,2$.



846. Цена ситца — x р. за 1 м, а шелк на 25,32 р. дороже.

а) Составьте выражения для следующих величин:

- цена 1 м шелка;
- стоимость 4,6 м ситца;
- стоимость 5,75 м шелка;
- сумма, уплаченная за 4,6 м ситца и 5,75 м шелка;
- на сколько сумма, уплаченная за 5,75 м шелка, больше суммы, уплаченной за 4,6 м ситца.

б) Составьте уравнения, если известно, что:

- сумма, уплаченная за ситец и шелк, составляет 588,57 р.;
- сумма, уплаченная за шелк, больше суммы, уплаченной за ситец, на 194,81 р.

Решите составленные вами уравнения. Какую величину вы нашли?

В заданиях № 847, 848 выполните вычисления с точностью до сотых:



847. 1) $26,03103 : 3$;

3) $0,927 : 0,4;$

2) $8,62222 : 4;$

4) $110,313 : 1,5$.



848. 1) $42,8402 : 5,2;$

3) $6,001 : 0,5;$

2) $17,1376 : 0,8;$

4) $19,995 : 2,5$.

Проверьте себя.

Достаточно выполнить деление до разряда тысячных и округлить результат до сотых.



849. Найдите значения выражений при $a = 3$, $b = 0,2$. Укажите выражения, значения которых равны:

a) $a^3 + b^3$;

B) $(a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$;

6) $(a + b)^3$;

Г) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.



850. Упростите выражения:

a) $1,5x + 3 \cdot (x + 0,83)$;

В) $1,2 \cdot (y + 5) - 1,7;$

6) $7,1 + 5 \cdot (3,4 - x)$;

г) $3x + 2,5 \cdot (x - 6)$.



851. Упростите выражения:

а) $y + 7 \cdot (y - 3,1)$;

в) $x + 4,5x + 9 \cdot (x + 5,2)$;

б) $1,1x + 1,3 \cdot (2x - 4)$;

г) $7,1 \cdot (x + 0,2) + 1,8$.



852. Цена ручки — x р., карандаш дешевле ручки на 0,85 р.

а) Запишите в виде выражения:

- стоимость трех ручек;
- цену карандаша;
- стоимость четырех карандашей;
- стоимость трех ручек и четырех карандашей вместе;
- на сколько 3 ручки дороже четырех карандашей;
- сколько должны дать сдачи с 30 р. при покупке трех ручек и четырех карандашей.

б) Составьте уравнение, зная, что 3 ручки и 4 карандаша стоят 23,9 р. Решите полученное уравнение. Какую величину вы нашли?



853. Цена тетради — x р., а книга на 7 р. дороже.

Подумайте, для каких величин можно составить выражения с этими данными, и составьте их.

Дополните условие данными так, чтобы можно было составить уравнение, решите это уравнение.



854. Вычислите:

а) $\frac{28,4 \cdot 2,5 - 1,34}{1,08 : 1,5 + 6,3 : 0,28}$; б) $\frac{0,72 - 0,104 - 0,112 \cdot 0,5}{0,063 : 1,26 \cdot 1,4}$;

в) $\frac{(2,1 - 1,965) : (0,12 \cdot 0,45)}{0,0325 : 0,13} - \frac{1 : 0,25}{0,16 \cdot 6,25}$;

г) $\frac{(4,3 + 2,8) \cdot (4,3 - 2,8)}{(3,6 - 0,63) : (4,61 + 7,27)} + \frac{4,488}{0,12}$.



855. За 3,5 м ткани заплатили 577,5 р. Какова стоимость 20,25 м этой ткани?



856. Переднее колесо экипажа делает 24 оборота на том же расстоянии, на котором заднее колесо делает 16 оборотов. Найдите длину окружности заднего колеса, если длина окружности переднего — 2,2 м.





857. а) Произведение двух чисел равно 7,04. Один из множителей умножили на 0,4, а второй — на 8,1. На сколько новое произведение отличается от первоначального?

б) Произведение двух чисел равно 4,47. Один из множителей умножили на 5,3, а второй — разделили на 2,5. На сколько новое произведение отличается от первоначального?



858. Площадь прямоугольника равна $28,1 \text{ м}^2$. Найдите площадь прямоугольника, у которого одна сторона в 2 раза, а вторая — в 5,1 раза больше, чем у данного.



859. Ко дню рождения мама купила шоколадные конфеты и карамель. Карамели было куплено в 1,5 раза больше, а ее цена в 1,2 раза ниже. Узнайте стоимость покупки, если шоколадных конфет было куплено на 26 р.



860. Частное от деления двух чисел равно 6. Как изменится частное, если:

а) делимое умножить на 4,5, а делитель разделить на 7,2;

б) делимое и делитель умножить на 0,8;

в) делимое и делитель разделить на 5,9;

г) делимое разделить на 0,5, а делитель умножить на 2,5?



861. Произведение двух чисел равно 81. Если один из множителей увеличить на 1,5, а другой — оставить без изменения, произведение будет равно 135. Найдите эти числа.



862. Подумайте, как надо изменить слагаемые, чтобы можно было выполнить вычисления, и выполните их:

а) $\frac{1}{4} + 0,3$; б) $1,68 - \frac{1}{2}$; в) $\frac{1}{5} + 8,09$; г) $\frac{3}{4} - 0,098$.



Контрольные задания

Вычислите: а) $28,836 : 3,6$; б) $3,922 : 7,4$.

§ 47.

ПОНЯТИЕ ПРОЦЕНТА

Прочитайте предложения:

- всхожесть семян составляет 98 процентов;
- концентрация раствора кислоты — 50 процентов;
- в выборах президента России приняли участие 65 процентов избирателей;
- кандидат А набрал 48 процентов голосов избирателей, принявших участие в выборах.

В каждом из этих предложений встречается слово «процент». Чтобы понять, о чем идет речь, надо знать смысл этого слова.

В нашей речи есть слова, обозначающие какую-либо часть числа. Например:

$$\frac{1}{2} \text{ — половина, } \frac{1}{3} \text{ — треть, } \frac{1}{4} \text{ — четверть.}$$

Однако это довольно крупные доли, а для указания части числа удобнее пользоваться более мелкими долями — сотыми. Для обозначения *одной сотой* числа употребляется слово *процент*:

$$\frac{1}{100} \text{ — процент}$$

Это слово образовано от латинского *pro centum* (буквальный перевод: на сто). При записи вместо слова *процент* используют значок %. Например, вместо слов *один процент* пишут: «1%», а запись «3%» читается: «три процента» и т. д.

У

863. Математический кружок посещает 1% учащихся школы. Сколько процентов учащихся не посещают математический кружок?

Если вы затрудняетесь дать ответ, подумайте, сколько процентов составляет число всех учащихся школы.

Проверьте себя.

1% — это $\frac{1}{100}$ от целого. Целое составляет $\frac{100}{100}$. Значит, целое,

в данном случае это число всех учащихся школы, составляет 100%.



864. На пришкольном участке ребята посадили огурцы, помидоры и картофель. Огурцами было занято 8% площади участка, помидорами — в 3 раза больше, а остальная часть огорода — картофелем.

Ответьте на вопросы:

- какая величина принята за 100%?
- сколько процентов площади участка занято помидорами?
- сколько процентов площади участка занято картофелем?



865. Воздух — это смесь различных газов. Азот составляет 75,5% массы воздуха, кислород — на 52,4% меньше, чем азот, остальное — водород, углекислый и другие газы.

Ответьте на вопросы:

- какая величина принята за 100%?
- какой процент массы воздуха приходится на кислород?
- сколько процентов массы воздуха приходится на водород, углекислый и другие газы?

866. В школьной библиотеке 36% всех книг составляют учебники, справочников и словарей — в 3 раза меньше, чем учебников, остальные книги — художественная литература.

Ответьте на вопросы:

- какая величина принята за 100%?
- какой процент от всех книг составляют справочники и словари?
- какой процент от всех книг составляет художественная литература?



867. Заполните таблицу по образцу:

Сотая часть числа	1%
Десятая часть числа	
Пятая часть числа	
Четвертая часть числа	
Половина	
Три четверти числа	
Треть числа	

868. Половину коллекции энтомолога составляют бабочки. Сколько процентов его коллекции приходится на остальных насекомых?

869. Десятую часть коллекции нумизмата составляют монеты, выпущенные в XVIII в. Сколько процентов его коллекции приходится на остальные монеты?

870. Четвертая часть книг городской библиотеки — произведения зарубежных писателей. Какой процент библиотечного фонда приходится на отечественную литературу?



Контрольное задание

Объясните, что такое процент.

§ 48.

ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ



871. Найдите (устно):

1% от 245	20% от 24,5	40% от 240	4% от 350
2% от 150	50% от 650	60% от 300	12,5% от 40
5% от 700	10% от 750	70% от 150	1,5% от 400
25% от 800	30% от 50	75% от 3200	$33\frac{1}{3}\%$ от 60



872. Найдите (устно) число, если:

1% его равен 7	1% его равен 1,3	1% его равен 0,09
2% его равны 42	2% его равны 1	5% его равны 4,5
10% его равны 27	50% его равны 12,5	25% его равны 3,2
5% его равны 35	$33\frac{1}{3}\%$ его равны 18	75% его равны 81



873. Прочитайте предложения и ответьте на вопросы:

- какая величина принята за 100% в каждом случае?
- известна ли эта величина?
- известна ли величина, которая приходится на 1%?

1) В коллекции филателиста 35 марок, посвященных знаменательным датам, что составляет 1% всех марок его коллекции.

2) В школе 700 учеников. Шахматный кружок при ДOME детского творчества посещает 1% всех учащихся этой школы.

3) Танцевальный кружок при ДOME детского творчества посещают 6 учеников одной из школ города, что составляет 1% всех учащихся этой школы.

4) В парке 1200 деревьев. Липы составляют 1% всех деревьев.

В каждом случае найдите ту величину, которая неизвестна.

Определите, в каких задачах (№ 874—877) величина, принятая за 100%, известна, а в каких — нет; в какой задаче надо найти процент от числа, а в какой — число по его проценту. К условию каждой задачи укажите подобное из предыдущего номера и скажите, в чем главное отличие этих условий. После этого приступайте к решению.



874. В коллекции филателиста 180 марок, посвященных знаменательным датам, что составляет 6% всех марок его коллекции. Сколько марок в коллекции?



875. В школе 750 учеников. Шахматный кружок при ДOME детского творчества посещают 6% всех учащихся этой школы. Сколько учащихся этой школы посещают шахматный кружок?

876. Танцевальный кружок при ДOME детского творчества посещают 18 учеников одной из школ города, что составляет 3% всех учащихся этой школы. Сколько учащихся в этой школе?

877. В парке 150 деревьев. Липы составляют 8% от числа всех деревьев. Сколько лип в парке?

878. Бригада рабочих отремонтировала 131,1 м дороги, что составило 23% всего объема работ. Сколько метров дороги должна отремонтировать бригада?

879. В коллекции нумизмата 1500 монет. Старинные монеты составляют 21% от общего числа монет, иностранные монеты — 2%, а юбилейные — 5%. Сколько в коллекции монет каждого из этих видов?

880. На приобретение оборудования для школьного кабинета информатики выделили 48 тысяч рублей, что составляет 60% стоимости

всего оборудования. Какая сумма нужна для оборудования кабинета?

881. В коллекции филателиста 1200 марок. Старинные марки составляют 5%, марки, посвященные юбилейным датам, — 18%, а иностранные марки — 6% от общего числа марок. Сколько в коллекции марок каждого из этих видов?



882. Во время ремонта кухни за замену линолеума было уплачено 1260 р., что составило 20% общей стоимости ремонта. Какая сумма была уплачена за ремонт кухни?

883. На опытном поле площадью 10 000 м² посажены различные сельскохозяйственные культуры. 15% площади поля занято брюссельской капустой, 24% — капустой кольраби и 28% — цветной капустой. Какая площадь отведена под каждую из этих культур?

884. В обувной магазин с оптовой базы привезли 800 пар обуви, что составило 10% всей партии обуви, поступившей на оптовую базу. Сколько пар обуви поступило на оптовую базу?

885. За неделю бригада убрала урожай с 87 га, что составило 75% площади, которую бригада должна убрать по плану. С какой площади бригада должна убрать урожай?



886. Лыжники за три дня прошли 87 км. В первый день они прошли 35% всего пути, во второй — 38%, а в третий — остальной путь.

Ответьте на следующие вопросы:

- 1) какая величина принята за 100% и известна ли она;
- 2) какая величина приходится на 1%;
- 3) сколько километров лыжники прошли в первый день;
- 4) сколько километров лыжники прошли во второй день;
- 5) сколько километров лыжники прошли в третий день?



887. Лыжники были в пути три дня. В первый день они прошли 33 км, что составило 30% всего пути. Во второй день они прошли 38% всего пути, а остальной путь — в третий день.

Ответьте на следующие вопросы:

- 1) какая величина принята за 100% и известна ли она;
- 2) какая величина приходится на 1%;

- 3) сколько километров лыжники прошли за три дня;
- 4) сколько километров они прошли во второй день;
- 5) сколько километров они прошли в третий день?

888. Бригада рабочих за месяц выпустила 2500 деталей. В первой декаде было выпущено 35% всех деталей, во второй — 40%, а остальные — в третьей.

Ответьте на следующие вопросы:

- 1) какая величина принята за 100% и известна ли она;
- 2) какая величина приходится на 1%;
- 3) сколько деталей было выпущено в первой декаде;
- 4) сколько деталей было выпущено во второй декаде;
- 5) сколько деталей было выпущено в третьей декаде?

889. Бригада рабочих в первой декаде месяца выпустила 102 детали, что составило 17% планового задания. Во второй декаде было выпущено 34% деталей, а остальные детали — в третьей.

Ответьте на следующие вопросы:

- 1) какая величина принята за 100% и известна ли она;
- 2) какая величина приходится на 1%;
- 3) сколько деталей бригада должна была выпустить за месяц по плану;
- 4) сколько деталей было выпущено во второй декаде;
- 5) сколько деталей было выпущено в третьей декаде?



890. Постройка дома стоит 382 200 р.

Из этой суммы по 45% приходится на стоимость работ и материала, а остальное — на его доставку. Найдите стоимость материала и доставки.



891. Оля прочитала книгу за три дня.

В первый день она прочитала 60 страниц, что составило 15% всей книги, во второй день — 25% всей книги, а остальное — в третий день. Сколько страниц Оля прочитала во второй день; в третий день?



892. Масса сушеных грибов составляет 14% массы свежих. Сколько сушеных грибов можно получить из 35 кг свежих? Сколько свежих грибов надо взять, чтобы получить 2,8 кг сушеных?



893. Мясо теряет при варке около 35% своего веса. Сколько свежего мяса надо взять, чтобы получить 1 кг вареного? Сколько вареного мяса получится из 2 кг свежего?



Контрольные задания

1. Найдите 1% от 5,96.
2. Найдите число, если 1% его равен 0,079.
3. Найдите 34% от 186.
4. Найдите число, если 62% его равны 53,94.

§ 49.

МИКРОКАЛЬКУЛЯТОР

Назначение основных клавиш

Для быстрого выполнения вычислений используются микрокалькуляторы. В дальнейшем вместо слова *микрокалькулятор* мы будем говорить короче: *калькулятор*. На рисунке 141 изображен калькулятор, на котором можно выполнять все арифметические действия и производить операции с процентами.

Прежде чем начать пользоваться калькулятором, необходимо изучить инструкцию. Заметим, что большинство моделей, которые продаются в настоящее время, снабжены инструкцией на иностранном языке. Но, поскольку калькулятор довольно прост в применении, попробуем научиться выполнять на нем простейшие операции.

Перед началом работы необходимо включить калькулятор, а после окончания работы — выключить. Это делается при помощи клавиш «ON» и «OFF». На калькуляторе, изображенном на рисунке, для этого служит одна клавиша — «ON/AC». Рассмотрите



Рис. 141

панель калькулятора и постарайтесь определить, для чего служат остальные клавиши.

Назначение клавиш с цифрами и знаками $+$, $-$, $\times$ и $=$ наверняка не вызвало у вас сомнений. Возможно, вы догадались, что клавиша с точкой означает десятичную запятую, а клавиша « $\div$ » — деление. На некоторых калькуляторах клавиша деления помечена косой чертой — « $/$ ». С назначением других клавиш познакомимся позже.

Чтобы вычислить значения выражений $125,81 + 73,32$ или $12,49 \cdot 3,4$, надо последовательно нажать (или, как принято говорить, набрать) на калькуляторе соответствующие цифры и знаки действий, а затем нажать клавишу « $=$ ». Если число было набрано неправильно, следует нажать клавишу, которая на калькуляторах обозначена так: « $00 \rightarrow 0$ » или надписью «correct». При ее нажатии неправильные цифры исчезают с экрана, что дает возможность заменить их правильными. Если же вы неправильно набрали знак действия и сразу это заметили, ничего исправлять не надо, просто нажмите нужную клавишу и продолжайте набор. Ну а если вы слишком поздно заметили свою ошибку, нажмите клавишу «AC» — сброс — и повторите все сначала.

Предположим, что вы не заметили ошибок во время набора. Как определить, правильный вы получили ответ или нет, не выполняя вычислений повторно?

Вычислите при помощи калькулятора и выполните проверку вычислений:

- 894.** а) $215,71 + 34,527$; в) $15,78 \cdot 30,05$;
 б) $7549,25 - 6343,77$; г) $38,227 : 12,7$.

- 895.** а) $341,28 + 54,281$; в) $12,8 \cdot 21,21$;
 б) $691,052 - 390,4$; г) $5805 : 18$.

На самых современных калькуляторах есть клавиша «check» со стрелкой вправо и такая же клавиша со стрелкой влево. Первая клавиша позволяет выполнить проверку правильности набора в последних 32 действиях от начала до конца, а вторая — от конца до начала. Если у вас есть такая клавиша, то с ее помощью выполните проверку вычислений, выполненных в предыдущем задании.

Заметим, что если число содержит 0 целых, то набор начинают со знака запятой.

896. Вычислите и проверьте себя:

- а) $0,25 + 0,052$; в) $35,1 \cdot 0,8$;
б) $0,1025 - 0,0088$; г) $0,354 : 2,5$.

Чтобы возвести число в степень n , надо набрать это число, клавишу « $\times$ » и нажать клавишу « $=$ » $n - 1$ раз.

897. Вычислите и выполните проверку: 2^5 ; $4,2^3$; 3^7 ; $5,1^4$.

Если надо найти значение выражения, содержащего несколько действий и скобки, вычисления выполняются с соблюдением порядка действий.

898. Вычислите и выполните проверку:

- а) $45,81 + 21,301 - 33,048$; в) $82,1 \cdot 2,03 - 102,58$;
б) $324,5 - 159,08 + 73,55$; г) $(1183,7 - 872,2) : 2,8$.



899. Вычислите и выполните проверку:

- а) $2294,502 : 4,2 - 452,8$; в) $74,11 + 298,62 : 3,5$;
б) $0,546 + 2,08 + 26 \cdot 0,44$; г) $1,8 \cdot (9,28 - 7,9264)$.



900. Угол B треугольника ABC в два раза меньше угла A и на 20° больше угла C . Найдите углы треугольника ABC .



901. Начертите развернутый угол ABC . Из точки B проведите луч BF так, чтобы $\angle CBF$ был равен 158° , и луч BD так, чтобы $\angle ABD$ был равен 165° . Найдите величину угла DBF . Рассмотрите различные случаи.



902. Площадь садового участка — 6 соток. Огурцами занято $\frac{3}{8}$ площади участка. Из них $\frac{2}{5}$ — занимают огурцы для открытого грунта, а остальную площадь — тепличные сорта. Какая площадь занята тепличными сортами?



903. На координатном луче отметьте точки с координатами $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$.

Какой единичный отрезок удобно взять?

Вычисления с использованием памяти калькулятора



904. Вычислите: $115,3 \cdot 8 + 526,1 \cdot 15$.

Чтобы вычислить значение этого выражения, используя те клавиши, назначение которых вы знаете, вам пришлось:

- найти значение первого произведения;
- записать его или запомнить;
- найти значение второго произведения;
- прибавить к нему то число, которое вы держали в памяти.

Современные калькуляторы позволяют упростить этот процесс при помощи клавиш $M+$, $M-$ и M^R_C . Названия этих клавиш происходят от английского слова *memory*, что означает память. Как вы, должно быть, догадались, эти клавиши служат для того, чтобы не записывать и не запоминать промежуточный результат, а отправлять его в память калькулятора. Так, чтобы найти значение данного выражения, надо после набора произведения $115,3 \cdot 8$ нажать клавишу $M+$. При этом калькулятор запомнит результат. Затем набрать выражение $526,1 \cdot 15$ и опять $M+$, и калькулятор опять запомнит результат и будет знать, что это число надо прибавить к тому, которое уже есть у него в памяти. И, наконец, чтобы получить окончательный результат, нажимаем клавишу M^R_C . Итак, последовательность набора клавиш должна быть следующей:

1 1 5 , 3 · 8 M + 5 2 6 , 1 · 1 5 M + M^R_C.

Подумайте, как вычислить разность произведений или частных. Проверьте правильность своего предположения на таком примере: $50 \cdot 2 - 10 \cdot 2 - 15 \cdot 2 + 18 \cdot 3$.

905. Вычислите:

- а) $235,6 \cdot 5 + 652,1 \cdot 2,2$;
- б) $768,33 \cdot 4 + 1268,4 \cdot 0,5 + 562,28 \cdot 0,25$;
- в) $156,12 \cdot 15 + 31,05 \cdot 36 - 15,8 : 4$;
- г) $17,21 \cdot 8 - 18,32 : 0,2 - 21,5 \cdot 2$.



906. При отпуске товара со склада оформляется специальный документ — накладная, в которой указываются наименование, количество, цена и стоимость каждого товара. Затем вычисляется итоговая сумма, к которой прибавляется налог на добавленную стоимость

(НДС), размер которого составляет 18% итоговой суммы, и вычисляется общая сумма. Попробуйте заполнить пустые графы такой накладной:

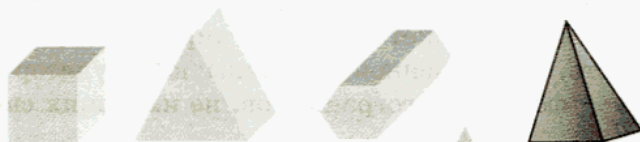
№	Наименование товара	Кол-во	Цена, р.	Сумма, р.
1	Обои виниловые	40	135,00	
2	Клей виниловый	12	15,75	
3	Бордюр	8	115,00	
	Итого:			
	НДС (18%)			
	Всего отпущено на сумму:			



Контрольные задания

- Вычислите:
- а) $2,78 + 0,561$; $7,851 - 6,3$;
 - б) $0,88 \cdot 75$; $151,76 : 0,28$;
 - в) $1600 \cdot 72 + 3557 \cdot 12$.

а)



б)



Рис. 142

На рисунке 142 изображены геометрические фигуры, или, как еще принято говорить, **тела**. Как вы думаете, по какому признаку эти фигуры на рисунке разбиты на группы *а* и *б*?

Проверьте себя.

На первом рисунке изображены тела, поверхность которых состоит из плоских фигур — многоугольников. Эти многоугольники называются **гранями**, а сами тела — **многогранниками**. На втором рисунке тела ограничены не только плоскими поверхностями. Это **круглые тела**: цилиндр, шар и конус.



Рис. 143

На рисунке 143 изображены предметы, имеющие форму многогранников. По какому признаку эти предметы разбиты на две группы?

Проверьте себя.

Предметы первой группы имеют форму различных многогранников: карандаш — форму шестиугольной призмы; крышка и нижняя часть коробки для дискет — форму пирамиды, у которой отсечена верхняя часть, т. е. усеченной пирамиды; калькулятор и верхняя часть проектора — форму многогранников, не имеющих специального названия.

Предметы второй группы имеют форму **прямоугольного параллелепипеда**.

Параллелос в переводе с древнегреческого буквально означает «идущие рядом», эпидос — «плоскость». Объясните, почему прямоугольный параллелепипед получил такое название.

907. Приведите примеры предметов окружающей обстановки, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда.

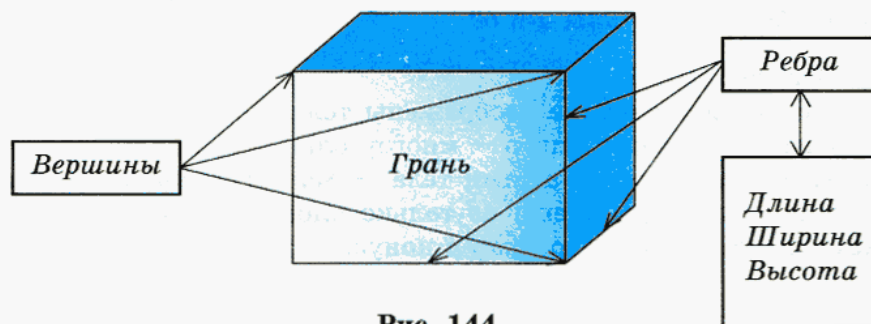


Рис. 144

На рисунке 144 изображен прямоугольный параллелепипед. Рассмотрите этот рисунок и покажите на модели прямоугольного параллелепипеда грани, ребра и вершины. Скажите, сколько у прямоугольного параллелепипеда граней, ребер и вершин.

У прямоугольника есть длина и ширина, или, как еще говорят, измерения. У прямоугольного параллелепипеда тоже есть измерения — это длина, ширина и высота.

Измерения прямоугольного параллелепипеда — это длины трех ребер, исходящих из одной вершины.



908. Маша сказала: «Я думаю, не обязательно пересчитывать ребра и вершины прямоугольного параллелепипеда, чтобы узнать их число. Можно рассуждать так: параллелепипед имеет 6 граней, каждая грань имеет 4 стороны, значит, параллелепипед имеет $6 \cdot 4 = 24$ ребра. Рассуждая точно так же по поводу вершин, получаем, что параллелепипед имеет $6 \cdot 4 = 24$ вершины». Найдите ошибки в рассуждениях Маши.



Рис. 145



909. У куба отрезали угол (рис. 145). Сколько граней у получившегося многогранника? Какую форму они имеют?



910. Скажите, верно ли, что:

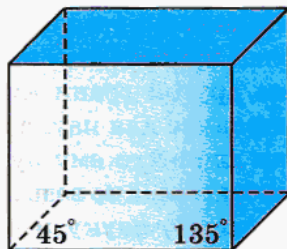
- любой куб — это прямоугольный параллелепипед;
- некоторые прямоугольные параллелепипеды имеют форму куба;
- некоторые пирамиды имеют форму куба;
- любой прямоугольный параллелепипед — куб.



911. Прежде чем выполнять задания, прочитайте, как обычно изображают прямоугольный параллелепипед:

- переднюю грань изображают без изменения формы;
- ребра верхней и нижней граней, перпендикулярные ребрам передней грани, проводят под углом 45° или 135° к ним и длиной вдвое меньшей, чем в действительности;
- невидимые ребра изображают штриховой линией.

- а) Начертите куб с ребром 3 см.
- б) Начертите прямоугольный параллелепипед с измерениями 4 см, 5 см и 6 см.





912. Турист за два дня прошел 45 км. В первый день он прошел $\frac{2}{5}$ пути. Какое расстояние он прошел во второй день? Решите задачу разными способами.



913. Вычислите:

а) $0,7^3 + 2,1$;

в) $0,13^2 + 0,11^2$;

д) $1,8^2 - 1,4^2$;

б) $3,4 - 1,2^2$;

г) $2,5^3 - 1,5^3$;

е) $3,9^2 + 10,4$.



914. В шахматном турнире принимали участие 10 человек. Каждый участник сыграл со всеми остальными шахматистами по одной партии. Сколько было сыграно партий?



Контрольные задания

1. Среди предметов окружающей обстановки укажите те, которые имеют форму прямоугольного параллелепипеда.
2. Объясните, что такое измерения прямоугольного параллелепипеда.

§ 51.

РАЗВЕРТКА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

Вспомните, что такое расстояние между двумя точками, как найти расстояние от точки до прямой. В жизни часто невозможно добраться от одного места до другого, двигаясь по прямой линии, и поэтому приходится искать другие пути к цели. Но при этом из всех дорог стараются выбрать самую короткую.

В пространстве это несколько сложнее, чем на плоскости, и в этом мы сейчас убедимся на следующем, хотя и не очень жизненном, примере.

На рисунке 146 изображен прозрачный куб. На поверхности этого куба находится паук, который пристально смотрит сквозь него на сидящую на другой грани куба муху. Всем понятно естественное для паука желание поймать муху, однако для этого ему нужно как можно скорее до нее добраться, а то ведь муха может и улететь. Другими словами, пауку необходимо двигаться к ней по

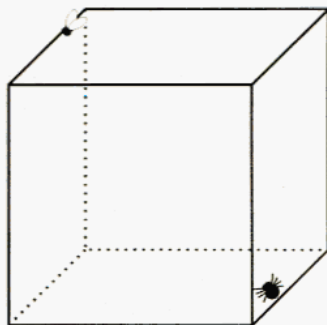


Рис. 146

кратчайшему маршруту. Изобразите простым карандашом путь, которым, по вашему мнению, должен двигаться паук.

Подумайте, как проверить, является ли в действительности предложенный вами маршрут самым коротким.

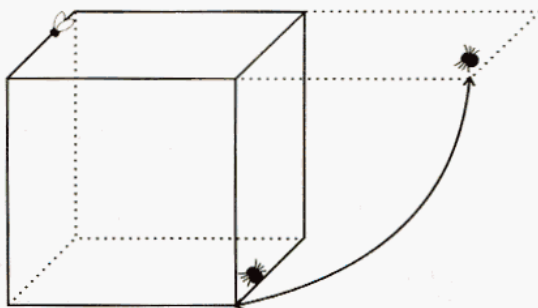


Рис. 147

Проверьте себя.

Попробуйте мысленно отогнуть боковую грань куба, на которой сидит паук, и расположить верхнюю и боковую грани в одной плоскости, как это сделано на рисунке 147. Если посмотреть на эти грани сверху, то получим то, что изображено на рисунке 148: грани, на которых сидят паук и муха.

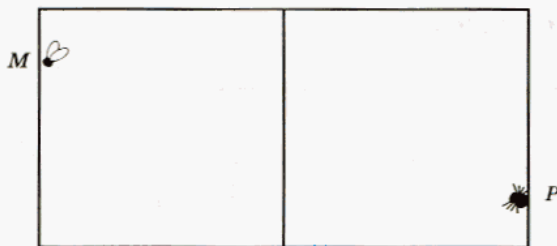


Рис. 148

Теперь кратчайший путь найти легко — это отрезок PM . Проведите его.

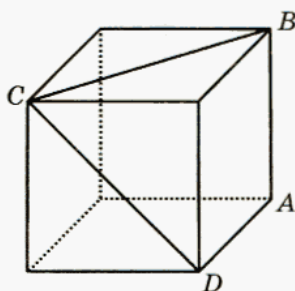
На этом же рисунке изобразите свой маршрут. Сравните его длину с длиной отрезка PM .

Вернитесь к рисунку 146 и изобразите кратчайший путь.

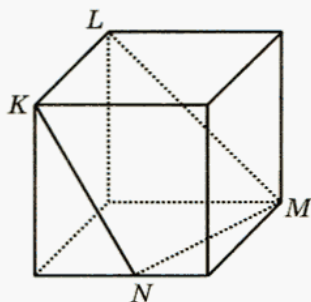
Какой из двух маршрутов, получившихся на рисунке 146, выглядит более коротким? Можно ли найти длину маршрута по этому рисунку?

Линии, которые на поверхности тела соответствуют кратчайшему пути от одной точки до другой, называют *геодезическими линиями*.

Соедините точки P и M . Что можно сказать о длине проведенного вами на листе бумаги отрезка PM и о действительном расстоянии между точками P и M в пространстве?



а)



б)

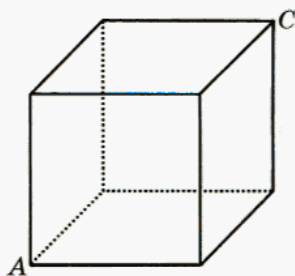
Рис. 149



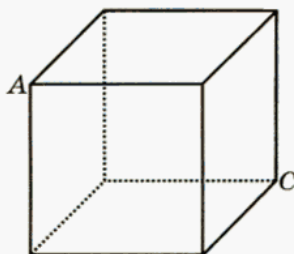
915. На рисунке 149 изображены два куба.

а) Сравните длины ломаных ABC и ADC (рис. 149, а). Ответ обоснуйте.

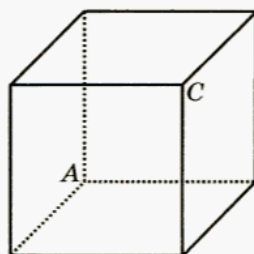
б) Какая из ломаных — MNK или MLK (рис. 149, б) — имеет меньшую длину? Почему?



а)



б)



в)

Рис. 150



916. Подумайте, как пройдет геодезическая линия от точки A до точки C (рис. 150).



917. Во время весеннего сева за первую неделю было засеяно $\frac{3}{7}$ пашни, а за вторую — оставшиеся 76 га. Найдите площадь пашни.



918. Вычислите:

- а) $0,5^3$; в) $0,1^7$; д) $0,3^4$; ж) $0,8^3$;
б) $0,02^4$; г) $0,01^5$; е) $0,04^3$; з) $0,007^2$.



919. Каким может быть x , чтобы равенство было верным:

- а) $x^2 = 0,000004$; в) $x^3 = 0,000125$;
б) $x^4 = 0,0001$; г) $x^5 = 0,00032$?



920. Запишите следующее число:

- а) 0,1; 0,01; 0,001; ... ; в) 2; 3; 5; 8; 13; ... ;
б) 2,5; 3; 3,5; ... ; г) 0,2; 0,04; 0,008;

Решая задачу о пауче и мухе, мы мысленно разворачивали две грани куба, располагая их в одной плоскости.

Фигуру, которая получается при полном разворачивании многогранника или другого геометрического тела, называют **разверткой**.

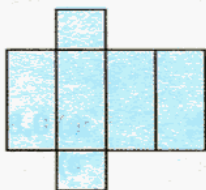
Представьте себе развертку прямоугольного параллелепипеда и попытайтесь ответить на следующие вопросы (если будет трудно, поставьте перед собой любую коробку, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда):

- 1) сколько в развертке прямоугольников;
- 2) есть ли среди них равные;
- 3) может ли в развертке оказаться три равных прямоугольника; четыре; какой вид в этом случае имеют остальные прямоугольники развертки;
- 4) может ли в развертке оказаться пять равных прямоугольников; шесть; как называются эти прямоугольники; как в этом случае называется прямоугольный параллелепипед?



921. Какие из фигур могут быть развертками прямоугольного параллелепипеда, а какие — нет (рис. 151)?

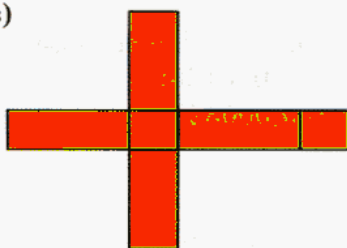
а)



б)



в)



г)

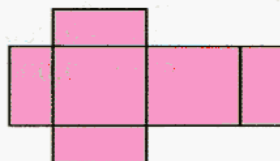
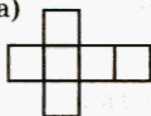


Рис. 151

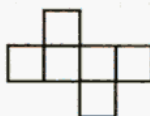


922. Определите, может ли изображенная фигура быть разверткой куба. Если да, то выберите верхнюю грань и укажите нижнюю и боковые грани (рис. 152).

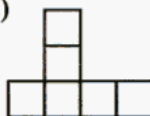
а)



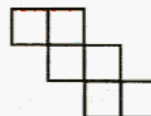
б)



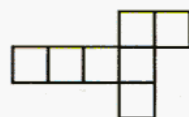
в)



г)



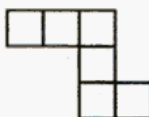
д)



е)



ж)



з)



Рис. 152

923. Практическая работа: выполните необходимые измерения, выразите их в метрах и найдите площадь поверхности предмета, имеющего

форму прямоугольного параллелепипеда. Результаты работы оформите в виде таблицы:

Предмет	Длина, м	Ширина, м	Высота, м	Площадь поверхности, м ²
Спичечный коробок	0,05	0,038	0,015	0,00644
Крышка стола				
...				



924. Какое наименьшее число красок различного цвета может понадобиться для окраски куба, если никакие две соседние грани не должны иметь одинаковый цвет?



925. Какие из фигур (рис. 153) не могут быть разверткой куба?

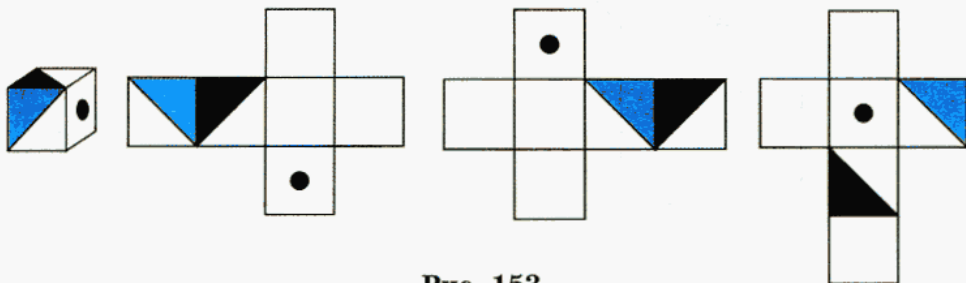


Рис. 153



926. На рисунке 154 изображены два куба. Сравните длины ломаных: а) ABC и ADC ; б) MNK и MLK .

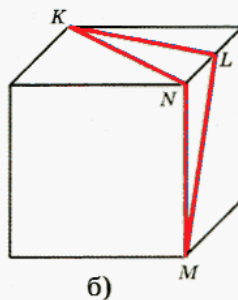
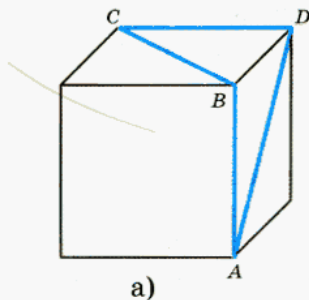


Рис. 154



927. На рисунке 155 изображены два куба. Определите вид треугольника ABC .

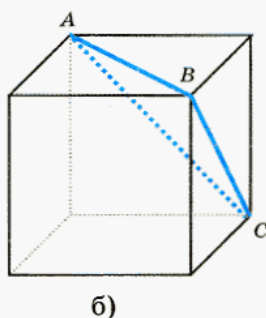
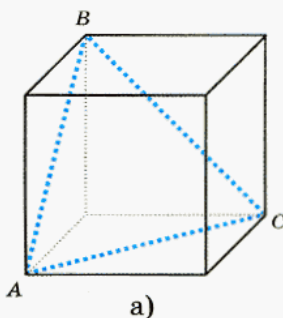


Рис. 155



928. Точки B и C — середины ребер куба (рис. 156). Определите вид треугольника ABC .

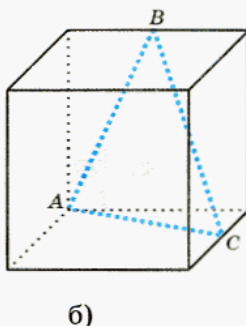
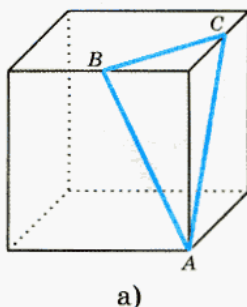


Рис. 156



929. Из двух аэропортов, расстояние между которыми 172,8 км, одновременно навстречу друг другу вылетели два самолета, собственная скорость каждого — 115,2 км/ч. При этом один из них летел при попутном ветре, а второй — при встречном. Через какое время они встретятся, если скорость ветра — 3 м/с; 2 м/с? Можно ли решить задачу, используя не все данные?

930. Один из первых дирижаблей, построенных в Европе, при перелете из Европы в Америку через Атлантический океан преодолел 5800 км за 108 ч, а при возвращении то же расстояние — за 75 ч. Найдите скорости дирижабля при перелете из Европы в Америку и на обратном пути. Ответ округлите до десятых.



931. Не вычисляя, определите, значения каких выражений равны, и постарайтесь обосновать свой ответ:

а) $3,6^2 + 0,15^2$;

д) $(0,33 + 0,17)^3$;

б) $(3,6 + 0,15)^2$;

е) $0,33^3 + 0,17^3$;

в) $3,6^2 \cdot 0,15^2$;

ж) $0,33^3 \cdot 0,17^3$;

г) $(3,6 \cdot 0,15)^2$;

з) $(0,33 \cdot 0,17)^3$.

Проверьте ответ вычислением. Ваше предположение оказалось верным? Если нет, подумайте, в чем дело.



Контрольное задание

Объясните, что такое развертка прямоугольного параллелепипеда.

§ 52.

ОБЪЕМ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

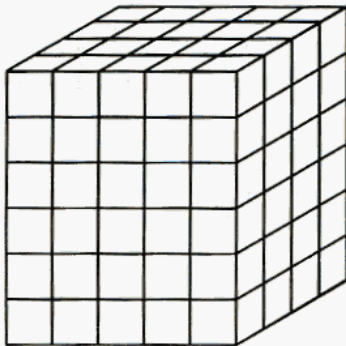


Рис. 157

Прямоугольный параллелепипед с измерениями 5 см, 6 см и 4 см, изготовленный из деревянного бруска, покрасили зеленой краской, а затем распилили на одинаковые кубики с ребром 1 см (рис. 157). Сколько среди этих кубиков окажется таких, у которых:

- окрашено 3 грани?
- окрашено только 2 грани?
- окрашена только 1 грань?
- не окрашено ни одной грани?

Чтобы ответить на последний вопрос, можно было найти число всех кубиков, а затем вычесть из него число кубиков, у которых окрашена хотя бы одна грань, т. е. сумму чисел, найденных в первых трех заданиях. Запишите числовое выражение для такого решения.

Напомним, что параллелепипед разрезали на кубики со стороной 1 см. Рассмотрите таблицу:

	Длина	— это число, которое показывает, сколько раз отрезок, длина которого принята за единицу (меру) длины, укладывается в отрезке
	Площадь	— это число, которое показывает, сколько квадратов со стороной, равной единице длины (мер площади), можно уложить внутри фигуры
	Объем	— это число, которое показывает, сколько кубиков с ребром, равным единице длины (мер объема), можно уложить внутри фигуры

Число всех кубиков со стороной 1 см, на которые был разрезан прямоугольный параллелепипед, это его объем, выраженный в кубических сантиметрах — см^3 .

Если a , b и c — измерения прямоугольного параллелепипеда, то его объем (V) находится по формуле:

$$V = a \cdot b \cdot c.$$

Если же знаки умножения опустить, то эту формулу можно записать так:

$$V = abc.$$



932. 1) Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 3 см, 4 см и 5 см. Вычислите его объем.

2) Одно из измерений этого параллелепипеда увеличили в 2 раза. Как вы думаете, какое из измерений надо увеличить, чтобы объем увеличился как можно больше? Проверьте, какой объем получится в вашем варианте и какие, если удваивать другие измерения.

3) Как надо было рассуждать, чтобы сразу, без вычислений, правильно ответить на вопрос задачи?

933. Выразите в м^3 :

- а) 1 мм^3 , 1 см^3 , 1 дм^3 , 1 км^3 ;
- б) 3 дм^3 , 42 дм^3 , 9 см^3 , 63 см^3 ;
- в) 6578 см^3 , 4 мм^3 , 423 дм^3 , $86,70 \text{ км}^3$;
- г) $2,3 \text{ дм}^3$, $0,069 \text{ мм}^3$, $4,8 \text{ см}^3$, $0,045 \text{ см}^3$.



934. Практическая работа: выполните необходимые измерения, выразите их в метрах и найдите объемы нескольких тел, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда: крышки стола, учебника по математике (без обложки) и т. п. Результаты оформите в виде таблицы. Подумайте, как найти объем листа учебника.



935. Одно из измерений прямоугольного параллелепипеда увеличили в 2 раза. На сколько процентов увеличился его объем?



936. На сколько процентов изменится объем прямоугольного параллелепипеда, если все его измерения увеличить в два раза; уменьшить в два раза?



937. Из восьми одинаковых кубиков складывают прямоугольные параллелепипеды. Изобразите все возможные варианты. Найдите площадь поверхности каждого параллелепипеда. Какой из параллелепипедов имеет наименьшую площадь поверхности (запишите его измерения)? Сделайте вывод. У какого из параллелепипедов площадь поверхности наибольшая? Существует ли еще какой-нибудь прямоугольный параллелепипед с тем же объемом, площадь поверхности которого была бы еще больше?



938. Укажите измерения какого-нибудь прямоугольного параллелепипеда с объемом 27 см^3 , площадь поверхности которого:

- а) 78 см^2 ; б) 110 см^2 .



939. Аквариум кубической формы имеет объем $0,125 \text{ м}^3$. Каковы измерения этого аквариума.



940. Приведите контрпример (опровергающий пример) для утверждения: любые два прямоугольных параллелепипеда, имеющие равные площади поверхности, имеют и равные объемы.



941. Приведите контрпример для утверждения: из любых двух прямоугольных параллелепипедов меньшую площадь поверхности имеет тот, который имеет меньший объем.

942. Найдите объем аквариума, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями 0,6 м, 0,45 м и 0,35 м.

943. Бассейн, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, вмещает 750 м^3 воды. Найдите глубину бассейна, если площадь его дна равна 250 м^2 .

944. Составьте задачи, обратные предыдущей, и запишите их решения.



945. Объем металлического бака, имеющего форму куба, равен 8 м^3 . Какова длина ребра этого бака?



946. Грузоподъемность железнодорожной платформы — 20 т. Можно ли нагрузить в нее уголь до высоты 76 см, если длина платформы — 6,4 м, ширина — 2,74 м, а масса 1 м^3 угля составляет 1,3 т?



947. Емкость (объем) железнодорожной цистерны для перевозки бензина — 50 м^3 . Найдите массу бензина в цистерне, если 1 см^3 бензина имеет массу 0,71 г.



948. Брусек поролона (рис. 159) имеет массу 90 г. Определите массу 1 м^3 поролона в килограммах.

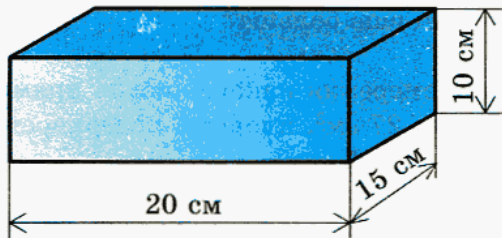


Рис. 158



949. Найдите массу листа железа, длина которого — 2 м, ширина — 80 см, а толщина — 2 мм. (Масса 1 м^3 железа — 7800 кг.)

- 950.** Найдите массу $16\,250\text{ м}^3$ дуба, если 1 м^3 дуба имеет массу $0,85\text{ т}$.
- 951.** Сможете ли вы поднять кусок льда, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями 25 см , 30 см и $0,8\text{ м}$ (масса 1 м^3 льда около 900 кг)?
- 952.** Стороны основания стального бруса — 5 см и 12 см , а высота — 2 м . Какова масса этого бруса, если масса 1 м^3 стали приблизительно равна 7800 кг ?
- 953.** Два теплохода движутся навстречу друг другу. Собственная скорость теплохода, идущего по течению, — $20,8\text{ км/ч}$, а теплохода, идущего против течения, — $19,4\text{ км/ч}$. Через какое время теплоходы встретятся, если сейчас между ними $140,7\text{ км}$, а скорость течения — $1,8\text{ км/ч}$?
- Какое данное в задаче лишнее?
- 954.** Пассажир поезда, идущего со скоростью $79,2\text{ км/ч}$, заметил, что встречный поезд шел мимо него в течение 12 с . Определите скорость встречного поезда, если его длина — 480 м .
- 955.** Определите вид закрашенного четырехугольника (рис. 159).

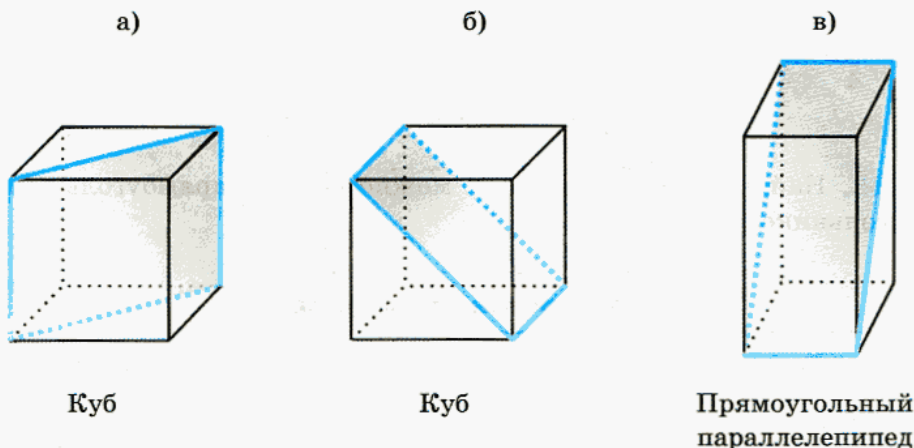


Рис. 159

На рисунках 160—162 изображены кубы. Выполните задания:



956. Среди отрезков, выделенных цветом, определите равные (рис. 160).

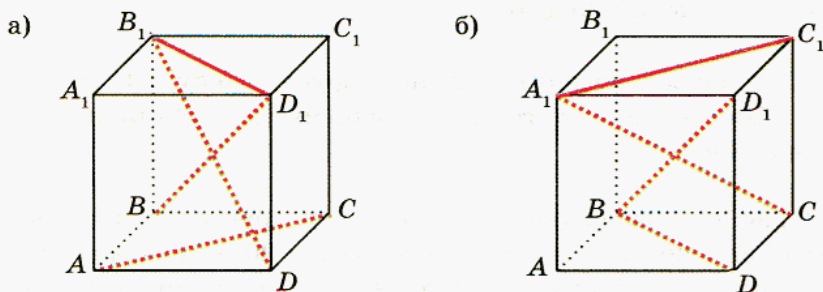


Рис. 160



957. Сравните шестиугольники $ABCDEF$ и $MNKLPT$ (рис. 161).

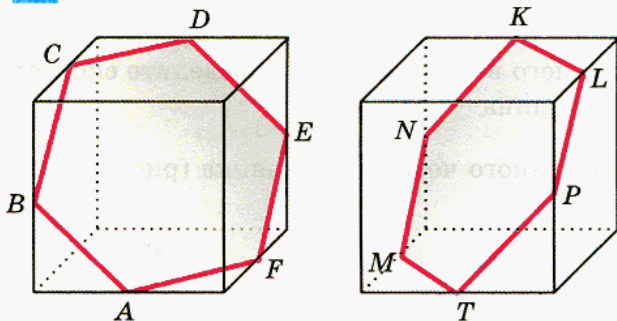


Рис. 161

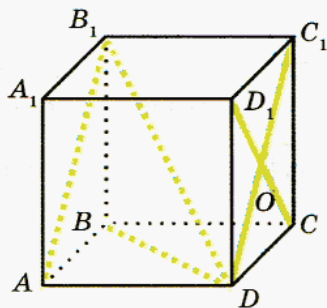


Рис. 162



958. Найдите на рисунке как можно больше прямоугольных треугольников (рис. 162).



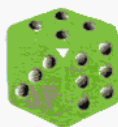
Контрольные задания

1. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда с измерениями 2 см, 8,1 см и 0,5 см.
2. Объем емкости, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда, равен $40,575 \text{ м}^3$. Найдите высоту емкости, если площадь дна составляет $54,1 \text{ м}^2$.
3. Какова площадь комнаты прямоугольной формы, если ее объем равен $49,14 \text{ м}^3$, а высота — 2,7 м?

§ 53.

ДОСТОВЕРНЫЕ, НЕВОЗМОЖНЫЕ И СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ

Во многих играх используют кубик, у которого на каждой грани отмечено различное количество точек — от 1 до 6. Играющий бросает кубик, смотрит, сколько точек имеется на выпавшей ему грани (на той грани, которая располагается сверху), и делает соответствующее число ходов: 1, 2, 3, 4, 5 или 6.



Бросание кубика можно считать опытом, экспериментом, испытанием (и даже игрой, забавой), а полученный результат — событием. Людям обычно очень интересно угадывать наступление того или иного события, предсказывать его исход. Какие предсказания они могут сделать, когда бросают игральный кубик?

Первое предсказание: выпадет одна из цифр 1, 2, 3, 4, 5 или 6. Как вы думаете, предсказанное событие наступит или нет? Конечно, обязательно наступит.

Событие, которое в данном опыте обязательно наступит, называют **достоверным событием**.

Второе предсказание: выпадет цифра 7. Как вы думаете, предсказанное событие наступит или нет? Конечно не наступит, это просто невозможно.

Событие, которое в данном опыте наступить не может, называют **невозможным событием**.

Третье предсказание: выпадет цифра 1. Как вы думаете, предсказанное событие наступит или нет? На этот вопрос мы с полной уверенностью ответить не в состоянии, поскольку предсказанное событие может наступить, а может и не наступить.

Событие, которое в данном опыте может наступить, а может и не наступить, называют **случайным событием**.

Охарактеризуйте события, о которых идет речь в приведенных ниже заданиях, как достоверные, невозможные или случайные.

959. Петя задумал натуральное число. Событие состоит в следующем:

- задумано четное число;
- задумано нечетное число;

- в) задумано число, не являющееся ни четным, ни нечетным;
- г) задумано число, являющееся четным или нечетным.

960. Вы открыли этот учебник на любой странице и выбрали первое попавшееся существительное. Событие состоит в следующем:

- а) в написании выбранного слова есть гласная буква;
- б) в написании выбранного слова есть буква «о»;
- в) в написании выбранного слова нет гласных букв;
- г) в написании выбранного слова есть мягкий знак.

961. Петя и Толя сравнивают свои дни рождения. Событие состоит в следующем:

- а) их дни рождения не совпадают;
- б) их дни рождения совпадают;
- в) Петя родился 29 февраля, а Толя — 30 февраля;
- г) дни рождения обоих приходятся на праздники — Новый год (1 января) и День независимости России (12 июня).

962. При игре в нарды используют два игровых кубика. Число ходов, которые делает участник игры, определяется сложением цифр на двух выпавших гранях кубика, а если выпадет «дубль» ($1 + 1$, $2 + 2$, $3 + 3$, $4 + 4$, $5 + 5$, $6 + 6$), то число ходов удваивается. Вы бросаете кубики и вычисляете, сколько ходов вам предстоит сделать. Событие состоит в следующем:

- а) вы должны сделать 1 ход;
- б) вы должны сделать 7 ходов;
- в) вы должны сделать 24 хода;
- г) вы должны сделать 13 ходов.



963. Вы снова играете в нарды (см. предыдущую задачу). Охарактеризуйте следующее событие:

- а) игрок должен сделать не более двух ходов;
- б) игрок должен сделать более двух ходов;
- в) игрок должен сделать не более 24 ходов;
- г) игрок должен сделать двузначное число ходов.

964. В мешке лежит 10 шаров: 3 синих, 3 белых и 4 красных. Охарактеризуйте следующее событие:

- а) из мешка вынули 4 шара, и все они синие;
- б) из мешка вынули 4 шара, и все они красные;
- в) из мешка вынули 4 шара, и все они оказались разного цвета;
- г) из мешка вынули 4 шара, и среди них не оказалось шара черного цвета.



965. Придумайте сами по два достоверных, случайных и невозможных события.



Контрольные задания

1. Объясните, что такое достоверное, невозможное и случайное событие.
2. Укажите, какое из следующих событий достоверное, какое — невозможное и какое — случайное: а) летних каникул не будет; б) бутерброд упадет маслом вниз; в) учебный год когда-нибудь закончится.

§ 54.



КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ

В предыдущем параграфе мы говорили об игре в нарды. Вы, наверное, убедились в том, что игрок в нарды за один прием может сделать:

3 хода (если ему выпадет комбинация граней $1 + 2$ или $2 + 1$);

4 хода (если ему выпадет комбинация $1 + 3$, $3 + 1$ или $1 + 1$; напомним, что при выпадении «дубля» число ходов удваивается);

5 ходов (при комбинациях $1 + 4$, $2 + 3$, $3 + 2$, $4 + 1$) и т. д.



966. Перечислите все случайные события при игре в нарды. Иными словами, укажите все возможные количества ходов, которые может сделать за один прием участник игры в зависимости от результата бросания кубиков.

Проверьте себя: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 16, 20, 24.

В этой задаче нам пришлось осуществить перебор всех возможных вариантов, или, как обычно говорят в таких случаях, всех возможных *комбинаций*. Поэтому подобные задачи называют *комбинаторными*. Просчитывать возможные (или невозможные) варианты в жизни приходится довольно часто, поэтому полезно познакомиться с комбинаторными задачами.



967. Несколько стран решили использовать для своего государственного флага символику в виде трех горизонтальных полос одинаковой ширины разных цветов — белого, синего, красного. Сколько стран могут использовать такую символику при условии, что у каждой страны — свой флаг?

Решение. Будем рассуждать так. Предположим, что первая полоса (верхняя) белого цвета (Б). Тогда вторая (средняя) полоса может быть синей (С) или красной (К), а третья (нижняя) полоса, соответственно, красной (К) или синей (С). Получилось два варианта (две комбинации) цвета полос: белая, синяя, красная (БСК) или белая, красная, синяя (БКС).

Пусть теперь первая полоса синего цвета (С). Тогда вторая полоса может быть белой (Б) или красной (К), а третья полоса, соответственно, красной (К) или белой (Б). Получилось два варианта: синяя, белая, красная (СБК) или синяя, красная, белая (СКБ).

Пусть, наконец, первая полоса красного цвета (К). Тогда вторая полоса может быть белой (Б) или синей (С), а третья полоса, соответственно, синей (С) или белой (Б).

Получилось два варианта: красная, белая, синяя (КБС) или красная, синяя, белая (КСБ).

Таким образом, всего получилось 6 комбинаций. Значит, указанную символику при выборе государственного флага могут использовать 6 стран.

Вопрос, на который вы должны знать ответ: какой из представленных на рисунке флагов является Государственным флагом России?





968. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 4, 6, 8?

Решение. У интересующих нас двузначных чисел на первом месте (цифра десятков) может находиться любая из заданных цифр, кроме цифры 0 (не существует двузначного числа, начинающегося с цифры 0). Если на первое место мы поставим цифру 2, то на втором месте (цифра единиц) может находиться любая из заданных пяти цифр. Получится пять двузначных чисел: 20, 22, 24, 26, 28. Точно так же будет пять двузначных чисел с первой цифрой 4, пять двузначных чисел с первой цифрой 6 и пять двузначных чисел с первой цифрой 8.

Ответ: всего получится 20 двузначных чисел.

Мы рассмотрели три комбинаторные задачи. В каждом случае мы искали свой способ перебора возможных вариантов. Но во многих случаях оказывается полезным один и тот же прием — построение картинку-схемы перебора вариантов. Это, во-первых, как всякая картинка, наглядно и, во-вторых, позволяет нам все учесть, ничего не пропустить. Построим такую картинку-схему для задачи № 967 (рис. 163).

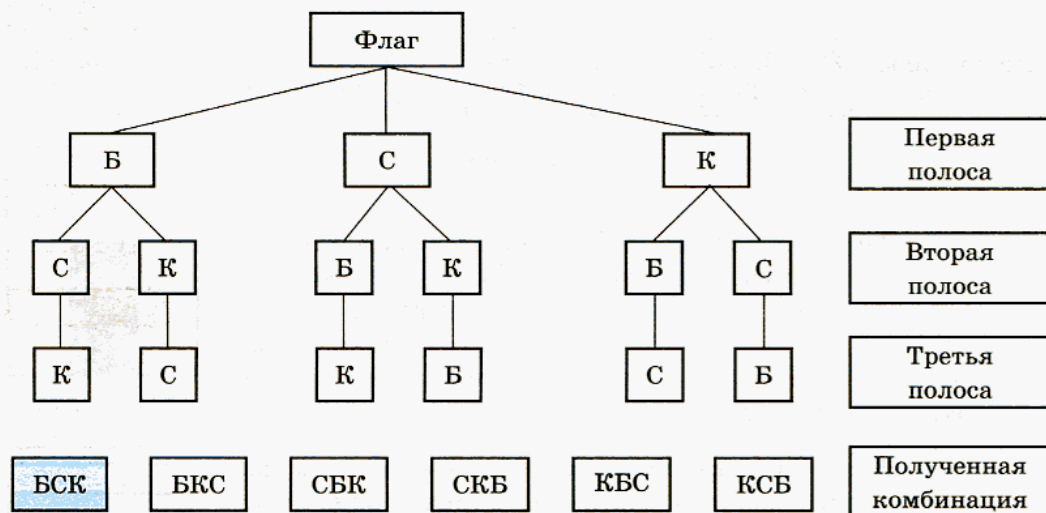


Рис. 163

Российский флаг («триколор») выделен на этой схеме.

Построенная схема напоминает перевернутое дерево: от ствола («флаг») отходят ветви, сначала три (Б, С, и К), от каждой из трех указанных — по две и затем еще по одной. Видимо, поэтому такую схему называют **деревом возможных вариантов**.

Построим дерево возможных вариантов для задачи № 968 (рис. 164).

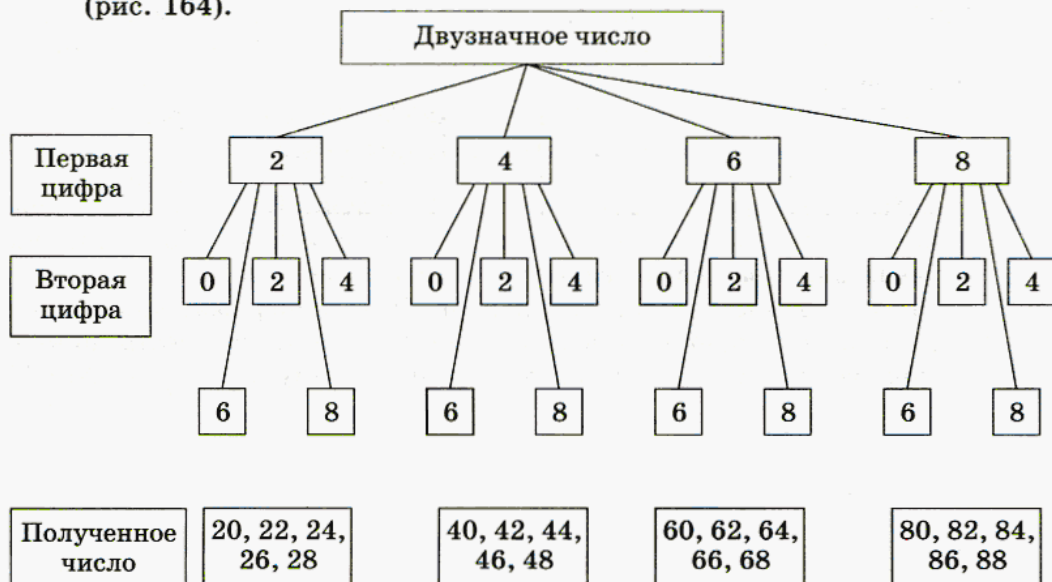
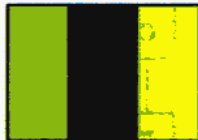


Рис. 164

959. Несколько стран решили использовать для своего государственного флага символику в виде трех вертикальных полос одинаковой ширины разных цветов — зеленого, черного, желтого. Сколько стран могут использовать такую символику при условии, что у каждой страны — свой флаг?



970. Несколько стран решили использовать для своего государственного флага символику в виде четырех горизонтальных полос одинаковой ширины разных цветов — белого, синего, красного, зеленого. Сколько стран могут использовать такую символику при условии, что у каждой страны — свой флаг?



971. Руководство некоторой страны решило сделать свой государственный флаг таким: на одноцветном прямоугольном фоне в одном из углов помещается круг другого цвета. Цвета решено выбрать из трех возможных: красный, желтый, зеленый. Сколько вариантов такого флага существует? На рисунке 165 представлены некоторые из возможных вариантов. (Варианты типа «желтый фон, зеленый круг в левом верхнем углу» и «желтый фон, зеленый круг в левом нижнем углу» считаются разными.)



Рис. 165

972. а) Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, 9?

б) Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, 9 при условии, что цифры не должны повторяться?

973. а) Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5?

б) Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5 при условии, что цифры не должны повторяться?

974. а) Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 4?

б) Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 4 при условии, что цифры не должны повторяться?

975. а) Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7?

б) Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7 при условии, что цифры не должны повторяться?

976. а) Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 4, 6?

б) Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 4, 6 при условии, что цифры не должны повторяться?

977. В 5«А» классе в среду 4 урока: математика, информатика, русский язык, английский язык. Сколько можно составить вариантов расписания на среду?

978. В футбольном турнире участвуют несколько команд. Оказалось, что все они использовали для трусов и футболок два разных цвета из пяти возможных: белый, красный, синий, зеленый, желтый. Выяснилось, что были использованы все возможные варианты. Сколько команд участвовало в турнире?

979. Современные пятиборцы в течение двух дней участвуют в соревновании по пяти видам спорта: конкур (кросс на лошадях), фехтование, плавание, стрельба, бег.

а) Сколько существует вариантов порядка прохождения видов соревнования?

б) Сколько существует вариантов порядка прохождения видов соревнования, если известно, что последним видом должен быть бег?

в) Сколько существует вариантов порядка прохождения видов соревнования, если известно, что последним видом должен быть бег, а первым — конкур?

980. В двух урнах имеется по пять шаров в каждой пяти различных цветов: белого, синего, красного, желтого, зеленого. Из каждой урны одновременно вынимается по одному шару. Охарактеризуйте указанное ниже событие как достоверное, случайное или невозможное:

а) вынутые шары разного цвета;

б) вынутые шары одного цвета;

в) вынуты черный и белый шары;

г) вынуты два шара, причем оба оказались окрашены в один из следующих цветов: белый, синий, красный, желтый, зеленый.

981. В двух урнах имеется по пять шаров в каждой пяти различных цветов: белого, синего, красного, желтого, зеленого. Из каждой урны одновременно вынимается по одному шару.

а) Сколько всего существует различных комбинаций вынутых шаров (комбинации типа «белый-красный» и «красный-белый» считаются одинаковыми)?

б) Сколько существует комбинаций, при которых вынутые шары одного цвета?

в) Сколько существует комбинаций, при которых вынутые шары разных цветов?

982. Группа туристов планирует осуществить поход по маршруту Антоново — Борисово — Власово — Грибово. Из Антоново в Борисово

можно сплавиться по реке или дойти пешком. Из Борисово во Власово можно пройти пешком или доехать на велосипедах. Из Власово в Грибово можно доплыть по реке, доехать на велосипедах или пройти пешком. Сколько всего вариантов похода могут выбрать туристы? Сколько вариантов похода могут выбрать туристы при условии, что хотя бы на одном из участков маршрута они должны использовать велосипеды?

983. Придумайте сами три комбинаторные задачи.



Контрольные задания

1. Объясните, что называют деревом вариантов.
2. Запишите варианты, которыми можно разложить в один ряд на прилавке продукты трех видов: яблоки, лимоны, кукурузу. Изобразите дерево этих вариантов.



ДОМАШНИЕ КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

РАБОТА № 1 (§ 1—7)

1. Какие цифры можно поставить вместо *, чтобы получилось верное неравенство: $5*613 < 506*3$?
2. Вместо $\square$ вставьте число так, чтобы получилось верное равенство:
а) $480 \cdot \square = 48\,000$; б) $\square : 1000 = 84\,300$.
3. Составьте буквенное выражение: произведение разности чисел a и b и суммы чисел x и y .
4. Скорость кошки — x м/с, а мышки — y м/с. Что означают выражения:
а) $x - y$; б) $2 : (x - y)$?
5. Скольким единичным отрезкам должно соответствовать одно деление координатного луча, чтобы удобно было отметить числа 12, 18, 24, 36? Отметьте эти числа на координатном луче.

РАБОТА № 2 (§ 8—10)

1. Цифры некоторых разрядов чисел 22 *** и 37 *** заменены звездочками. Напишите сумму и произведение этих чисел, округленные до своих старших разрядов.
2. На орошение поля площадью 30 га одной машине требуется 3 ч, а другой — на 2 ч больше. За какое время смогут оросить поле площадью 80 га обе машины, работая одновременно?
3. Смешали чай двух сортов: 2 кг по цене 630 р. и 3 кг по цене 950 р. за 1 кг. Определите стоимость одного килограмма смеси.
4. Вычислите $(77\,609 + 427 \cdot 209) : 236 - 589$.

РАБОТА № 3 (§ 11—17)

1. Запишите выражения для площади и периметра фигуры, изображенной на рисунке 166.



Рис. 166

2. Упростите выражение:

а) $54x - 12x - 24x + 15$; б) $21 \cdot b \cdot 3 \cdot a$; в) $11m + 33n + 22$.

3. Решите уравнение $17x - 6x + 24x = 75 + 65$.

4. Шоссе проходит через пункты A и B , расстояние между которыми — 65 км. Мотоцикл едет со скоростью x км/ч, а грузовик — y км/ч. Запишите на математическом языке, через какое время мотоцикл, выехавший из пункта A , а) догонит, б) встретит грузовик, одновременно с ним выехавший из B .

5. Одно колесо делает 4620 оборотов за 77 мин, а другое — 1080 оборотов за 54 мин. Какое колесо вращается быстрее и во сколько раз?

РАБОТА № 4 (§ 18–23)

1. Большее число при делении на 20 дает в остатке 15, а меньшее — 12. Чему будет равен остаток от деления на 20 суммы и разности этих чисел?

2. Сократите дробь $\frac{18}{45}$.

3. а) Представьте в виде неправильной дроби $3\frac{4}{15}$.

б) Представьте в виде смешанного числа $\frac{74}{21}$.

4. Мотоциклист, скорость которого — 110 км/ч, обогнал автобус, скорость которого составляет $\frac{7}{11}$ скорости мотоциклиста. На какое расстояние автобус отстанет от мотоцикла через 30 мин после обгона?

5. Реклама во время демонстрации фильма продолжалась в общей сложности 12 мин, что составило $\frac{3}{35}$ времени длительности фильма. Сколько времени длился фильм?

РАБОТА № 5 (§ 24–26)

1. Вычислите: а) $\frac{5}{12} + \frac{11}{24}$; б) $\frac{17}{18} - \frac{7}{9}$.

2. Вычислите: а) $2\frac{4}{11} + 3\frac{8}{11}$; б) $4\frac{6}{17} - 1\frac{10}{17}$.

3. Масса пачки вафель — $\frac{3}{25}$ кг. Какова масса пяти таких пачек?

4. За месяц (30 дней) белка съела $\frac{3}{7}$ запасенных на зиму орехов. Какую часть орехов белка съедала за один день?

5. Вычислите: а) $\left(\frac{3}{8} + \frac{5}{12}\right) \cdot 4$; б) $\left(\frac{5}{6} - \frac{2}{9}\right) : 11$.

РАБОТА № 6 (§ 27—37)

1. Определите величины углов треугольника ABC (угол C оторван) (рис. 167).

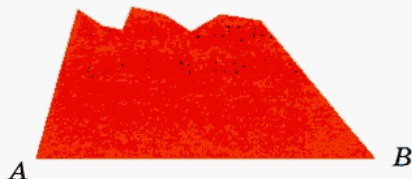


Рис. 167

2. Найдите площадь треугольника (рис. 168).

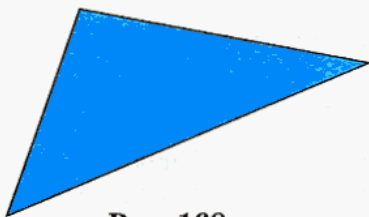


Рис. 168

3. Найдите на рисунке 169 перпендикулярные прямые.

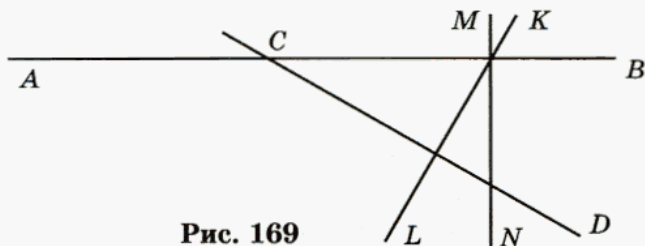


Рис. 169

4. Цех по производству посуды из стали выпускает ведра емкостью 15 и 20 литров. Причем ежедневно 20-литровых ведер выпускается в три раза больше, чем 15-литровых, а общий объем всех ведер составляет 675 л. Сколько ведер каждого вида выпускается ежедневно?

5. С двух полей общей площадью 149 га собрали пшеницу. Причем на обоих полях урожайность составила по 21 ц с 1 га. Определите площадь каждого поля, если с одного поля собрали на 147 ц пшеницы больше, чем с другого.

РАБОТА № 7 (§ 38—42)

1. Представьте число в виде обыкновенной дроби: а) 0,031; б) 0,009.
2. Сравните числа, в которых некоторые цифры заменены звездочками:
а) $2,*78$ и $2,98$; б) $5,03$ и $5,*8$.
3. Найдите периметр прямоугольника со сторонами 4,52 м и 3,7 дм.
4. Решите уравнение:
а) $46,73x + 53,27x = 268,05$;
б) $38,72x - 12,832x - 15,888x = 52,3 - 24,038$.

РАБОТА № 8 (§ 43—46)

1. Вычислите $41,15 \cdot 4,8 + 7,14 : 3,5$.
2. Решите уравнение $7,5x - 2,46x = 78,3 + 124,56$.
3. Вычислите $0,2^4 + 1,3^2 - 0,1^3$.
4. На двух бензозаправочных станциях было 177 ц бензина. После того как на одной станции было продано 11,7 ц, а на другой — 7,5 ц, бензина на первой станции осталось в 2 раза больше, чем на второй. Какое количество бензина было на каждой станции первоначально?

РАБОТА № 9 (§ 47—52)

1. За три дня лыжники прошли 256 км. В первый день было пройдено 33%, а во второй — 28% всего пути. Какое расстояние прошли лыжники в третий день?
2. С трех участков убрали капусту. С первого участка было собрано 37%, а со второго — 35% всего урожая. Сколько капусты собрали с каждого участка, если с третьего убрали на 18,2 ц меньше, чем со второго?

3. 1 см^3 серебра имеет массу $10,5 \text{ г}$. Определите массу серебряного слитка, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями $2,3 \text{ дм}$, $0,14 \text{ м}$ и 24 см .

4. Среди отрезков, выделенных цветом на рисунке 170, укажите равные.

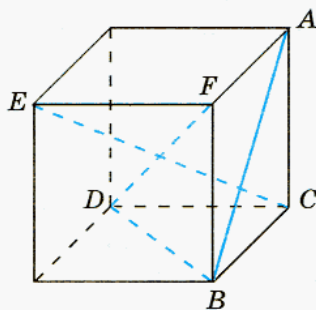


Рис. 170

ОТВЕТЫ

Глава I

- § 1. 3. а) 545; г) 689. 4. б) 1143; в) 471. 12. а) 107; в) 990. 27. б) 701 020; в) 530 000.
- § 2. 49. а) b ; б) a ; в) b ; г) a . 50. а) m ; б) m ; в) n ; г) n . 52. 3450 кг. 53. 950 000 р.
54. Увеличился на 30 000 р.
- § 3. 63. а) 97 288; б) 36 288. 67. 3 кг 700 г. 68. 2 июля в 9 ч 10 мин. 69. 6 ч 30 мин 55 с.
- § 4. 74. 1) а) 20; 110; б) $n + 10$; 4) а) 30; 300; б) $n \cdot 3$. 76. а) $(y - x)$ м/мин; б) 10 : $(y - x)$ мин. 86. Больше всех нашел Саша — 52 гриба. Это на 4 больше, чем Лера, и на 28 больше, чем Юля.
- § 5. 91. а) 16 см; б) 14 см; в) 6 см; г) 26 см. 96. а) $m = 4n$; $m : 4 = n$; $m : n = 4$.
101. 75 км.
- § 6. 104. 12. 105. 3. 108. а) $x + 2x + x - 6$. 109. а) $a + 3a + a + 12$. 113. а) Стоимость трех книг; в) на сколько альбом дороже книги. 114. б) Время, за которое пассажирский поезд проедет 1750 км; г) время сближения, если они выйдут одновременно навстречу друг другу. 115. 1 кг 290 г. 116. Нельзя, так как всего существует 12 вариантов такого кодового номера.
- § 7. 123. а) Одно деление — 4 единичных отрезка; в) одно деление — 30 единичных отрезков. 128. 30 дней.
- § 8. 134. б) До десятков тысяч; г) до сотен тысяч. 137. ≈ 6 ч; в 10 ч. 139. 112 га.
144. 14 км/ч. 145. 1 км/ч. 146. 15 км/ч. 147. 14 км/ч. 148. 4 м/с.
- § 9. 155. а) Сотни тысяч, цифра 8; сотни тысяч, цифра 4; б) миллионы, цифра 6.
163. Не более 26 машин. Указание. Найдите, сколько машин потребуется, чтобы очистить 17 км дороги шириной 38 м.
- § 10. 168. а) 121 144; г) 1 854 494. 169. б) 152 499; в) 1 094 887. 171. Пельсианы — 554 юке, рангаты — 696 юке, кабрюсы — 530 юке. 176. 818 175 р. 177. 19 320 т.
178. 174 270 л. 179. 4095. 184. 4250 мониторов. 185. 86 л. 186. На 720 р. 188. 132 р., 6 р. 189. а) 16; б) 498 385; в) 5425; г) 104 081. 190. 116.
- § 11. 198. а) 5 см; б) 8 см; в) 10 см; г) 12 см. 203. а) 5 565 560; б) 19 747 080; в) 243; г) 165. 204. а) 1785 р.; б) в 3 раза.
- § 12. 206. а) 600 см²; в) 3477 м². 207. б) 118 м; г) 600 см. 208. а) 60 км; г) 182 км.
209. а) 5 т 622 кг; в) 12 га 35 а. 210. 63 760. 211. 1546.

- § 13. 224. а) 56 000; б) 13 400; в) 292 000; г) 72 000. 229. а) 1, 2, 3, 4, 5, 6; б) 129, 130, 131; в) 2896, 2897, 2898, 2899, 2900; г) 488, 489, 490, 491, 492. 231. Белых — 32 пары, голубых — 52 пары. 232. 207 кг гречки, 181 кг перловки, 192 кг риса.
- § 14. 237. а) 8; б) 17; в) 10 404; г) 5. 240. 135. 241. 170 а занято картофелем и 34 а — капустой.
- § 15. 247. а) $13x$, 169; б) $6y$, 36; в) $16a$, 256; г) $11b$, 121. 248. а) 118 при $x = 3$, 178 при $x = 5$; в) 12 при $a = 0$, 144 при $a = 3$. 249. а) 3; б) 5; в) 4; г) 4; д) 6; е) 8; ж) 5. 251. а) $5(a + 2b)$; г) невозможно. 252. а) $11(2e - 3f + 4)$; в) $6(2m + 4n + 3)$. 253. 4 км/ч. 254. 133 км. 256. а) 1 км/ч. 257. 18 км/ч.
- § 16. 270. а) 54; б) 302 752; в) 9; г) 13 967. 271. 170 кг 400 г. 272. 45 а. Указание. Найдите наибольшее из чисел, на которые одновременно делятся числа 36 и 48.
- § 17. 277. а) 40 543; б) 49 920. 278. а) 448 дней; б) 106 луковок.

Глава II

- § 18. 287. В третьем подъезде на 3 этаже. 288. В 7 подъезде на 5 этаже. 289. На 4 этаже. 295. $m = 3n$. 296. $m = 3n + 1$. 297. 2 ч 30 мин. 298. 3 кг 500 г. 299. 3 ч 20 мин; 3 ч 40 мин.
- § 19. 307. а) $\frac{8}{5} \text{ м}^2$; б) $\frac{10}{14} \text{ м}$; в) $\frac{6}{11} \text{ ч}$; г) $\frac{2}{3} \text{ км}$. 311. а) Девочке — $\frac{1}{6}$, мальчикам — $\frac{3}{6}$ торта; б) лук — $\frac{2}{10}$ а, свекла — $\frac{3}{10}$ а, морковь — $\frac{4}{10}$ а, чеснок — $\frac{1}{10}$ а. 318. $\frac{1}{6}$.
- § 20. 327. 450 кг. 328. 85 км. 329. 18 девочек. 330. 50 га. 331. 25 легковых автомобилей и 5 грузовых автомобилей. 332. Ширина зала — 10 м, высота — 5 м. 333. 1215 книг. 334. 164 клипа. 335. 320 км. 336. 180 а. 339. 2645. 340. 13 110 пар обуви.
- § 21. 347. а) $\frac{2}{5}$; б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{3}{5}$; г) $\frac{3}{4}$. 348. а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{2}{3}$; г) $\frac{6}{7}$. 356. а) $\frac{8}{24}$; б) $\frac{28}{24}$; в) $\frac{10}{24}$; г) $\frac{9}{24}$. 357. а) $\frac{12}{30}$; б) $\frac{5}{30}$; в) $\frac{9}{30}$; г) $\frac{14}{30}$. 359. а) $\frac{4}{5} > \frac{7}{10}$; б) $\frac{5}{8} < \frac{27}{32}$. 362. «Хонда». 363. Меркурий ближе к Солнцу. 364. Марс. 366. а) $\frac{3}{4}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{3}{5}$; г) $\frac{5}{6}$. 374. 54 км. 375. 93 411 р.
- § 22. 378. а) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; б) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. 380. а) $\frac{3}{1}$; б) $\frac{9}{3}$; в) $\frac{24}{8}$; г) $\frac{30}{10}$. 388. а) $\frac{7}{4}$; б) $\frac{13}{5}$; в) $\frac{10}{3}$; г) $\frac{9}{2}$. 394. а) $6\frac{51}{64}$; б) $20\frac{33}{38}$; в) $14\frac{11}{27}$; г) $9\frac{48}{55}$. 399. а) 4 см;

- б) 2 см; в) 25 см; г) 20 см. **400.** а) $\frac{7}{60}$ ч; $\frac{1}{4}$ ч; в) $1\frac{1}{3}$ ч; 2 ч. **402.** 198 экспонатов.
403. 16 задач. **404.** 60 км.
- § 23.** **408.** б) На 48 м². **413.** а) 25; б) 3; в) 3; г) 4. **414.** а) 1003; б) 571. **418.** а) 23 кг, 32 кг; б) 42 кг; 52 р. за 1 кг; 58 р. за 1 кг.
- § 24.** **426.** а) $\frac{3}{5}$; б) $\frac{1}{4}$; в) $\frac{3}{7}$; г) $\frac{1}{11}$. **427.** а) $\frac{3}{4}$; б) $\frac{3}{5}$; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{1}{15}$. **430.** $\frac{7}{15}$ израсходовал, $\frac{8}{15}$ осталось. **431.** $\frac{4}{7}$ на верхней, $\frac{3}{7}$ на нижней полке. **432.** $\frac{5}{9}$ в первый и $\frac{4}{9}$ во второй день. **433.** а) 204; б) нет решения. **434.** Да. **440.** а) $\frac{11}{16}$; в) $\frac{11}{14}$. **441.** б) $\frac{13}{28}$; г) $\frac{9}{10}$. **442.** а) $1\frac{2}{9}$; г) $\frac{827}{1000}$. **443.** б) $\frac{5}{6}$; в) $\frac{7}{8}$. **444.** а) $\frac{5}{16}$; в) $\frac{4}{21}$. **445.** б) $\frac{9}{25}$; г) $\frac{7}{44}$. **446.** а) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{289}{1000}$. **447.** б) $\frac{5}{12}$; в) $\frac{1}{9}$. **450.** а) $\frac{9}{10}$; б) $\frac{1}{10}$; в) $\frac{5}{12}$; г) $\frac{1}{15}$. **451.** а) $1\frac{5}{12}$; б) $\frac{4}{15}$; в) $\frac{1}{12}$; г) $\frac{27}{28}$. **452.** а) $\frac{1}{12}$; в) $1\frac{11}{20}$. **453.** За обедом; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$. **454.** Для какао; $\frac{19}{21}$; $\frac{2}{21}$. **455.** а) $\frac{8}{9}$; г) $\frac{3}{7}$. **456.** б) $\frac{5}{12}$; в) $\frac{11}{16}$. **457.** $\frac{1}{10}$; 10 ч. **458.** 27 км. **459.** 38 га. **460.** Больше половины; 51 страницу. **463.** Отрезок KL составляет: $\frac{5}{12}$ отрезка MN ; $\frac{5}{8}$ отрезка KN ; $\frac{5}{9}$ отрезка ML ; $1\frac{1}{4}$ отрезка MK ; $1\frac{2}{3}$ отрезка NL .
- § 25.** **471.** $18\frac{38}{100}$ с. **472.** $39\frac{20}{100}$ с. **477.** в) $\frac{1}{5}$ ч, $\frac{2}{5}$ ч, $\frac{4}{5}$ ч; г) $\frac{1}{3600}$ ч, $\frac{1}{360}$ ч, $\frac{1}{12}$ ч, $\frac{1}{6}$ ч. **478.** 1 мин, 3 мин, 20 мин, 30 мин.
- § 26.** **485.** $\frac{2}{5}$ запасов. **486.** $\frac{1}{100}$ расстояния; 187 км. **487.** а) $\frac{1}{4}$ содержимого; б) за 10 мин; в) 600 г; г) $\frac{1}{3}$. **488.** $\frac{15}{16}$. **489.** Успеют. **497.** $\frac{5}{54}$ м/мин; $\frac{5}{6}$ м. **498.** $\frac{2}{30}$; все необходимое количество дров. **499.** $\frac{6}{7}$. **500.** $\frac{10}{21}$. **503.** а) $2\frac{1}{2}$; б) $\frac{1}{30}$; в) $\frac{7}{40}$; г) $5\frac{7}{9}$. **504.** а) $1\frac{1}{4}$; б) $\frac{8}{21}$; в) $\frac{1}{6}$; г) $\frac{5}{6}$.

Глава III

§ 27. 507. $\angle COB$, $\angle AOD$. 513. 6924.

§ 28. 516. а) $\angle ABC < \angle MNK$; б) $\angle ABC > \angle MNK$; в) $\angle ABC = \angle MNK$. 518. 14 км/ч.
519. а) 110 кг, 78 кг, 92 кг.

§ 29. 526. а) $\frac{1}{180}$, $\frac{1}{60}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{5}{18}$; в) $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{15}$. 528. а) 150° ; б) 20° ; в) 14° ; г) 22° .

529. 59 км/ч. 530. 15 м; цена 1 м бязи — 11 р., цена 1 м ситца — 7 р.

§ 30. 538. Указание. Подумайте, чему равна сумма всех углов, образованных при пересечении двух прямых (не считая развернутых). 541. 45° . 542. а) 10 403; б) 1 315 875; в) 46 406; г) 2 073 762. 543. 8 дней; 480, 320 и 160 книг; нельзя.

§ 31. 547. 136 человек, 204 человека. 548. а) 33; б) 164 700. 552. б) $9y - 10$.
553. б) $AB = 23$ см, $BC = 92$ см, $AC = 82$ см. 559. а) 655; б) 9. 560. а) 295, 495.

§ 32. 573. а) 8 см; б) 13 см; в) 37 см; г) 23 см 4 мм. 576. а) 35 кг; б) 7 мин. 577. а) 5425;

б) 104 081. 578. а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{1}{5}$; в) $\frac{1}{5}$; г) $\frac{6}{7}$.

§ 33. 585. 130° . 586. 56° . 587. $\angle M = 30^\circ$, $\angle N = 60^\circ$, $\angle K = 90^\circ$. 588. 38° , 76° , 66° .

596. а) $\frac{8}{15}$, $\frac{2}{15}$; б) $\frac{4}{5}$, $\frac{4}{45}$; в) $3\frac{1}{3}$, $\frac{10}{147}$. 597. а) 62 419; б) 110.

§ 34. 605. 30. 606. 40 кг, 52 кг. 607. а) 6 р.

§ 35. 616. 6 кг, 15 кг. 617. а) $\frac{11}{16}$; б) $\frac{17}{36}$; в) $\frac{4}{21}$; г) $\frac{4}{9}$. 618. Успеют.

§ 36. 623. 4 поросенка, 7 петухов. 625. а) 45 кг, 70 кг; б) 40 м, 58 м. 626. а) $\frac{11}{20}$; б) $\frac{13}{30}$;

в) $\frac{4}{15}$; г) $\frac{19}{24}$. 627. 54. 628. 146. 629. 270. 630. 45 л, 15 л.

§ 37. 636. 269 500 р. 637. 26 м. 638. 37 р. и 75 р. 639. 1260 т и 2300 т. 641. 300 м.

Глава IV

- § 38. 653. 320 р. и 640 р. 654. 15 столов и 60 стульев. 655. а) 508; б) 605; в) 803 929; г) 50 782.
- § 39. 667. а) 0,265; г) 0,00034. 668. а) 682,3; в) 3420. 669. б) 76,5; г) 3600. 670. 0,59 км; 5,9 км. 673. 8 ч. 674. 3033 дернины.
- § 40. 682. 5,6 кг. 683. 36,5 га. 684. а) $\frac{5}{8}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{1}{12}$; г) $\frac{8}{9}$.
- § 41. 694. EF. 695. а) MK; б) MN = ST, KL = PQ.
- § 42. 719. 20 м. 720. 3,2 м. 721. 8,12 м. 722. а) 103,8475; б) 7062,5161. 724. Нет. 725. Да. 726. 17,75 м. 727. 4,3862; 39,4758. 730. 0,9045; 9,9495. 735. 11 кг. 736. 287,38 м. 738. 10,83. 739. 7,78. 740. 7,48 км. 741. На 3698,7 р. 742. 97,485 кг. 743. 11,11 т.
- § 43. 755. а) 1106; б) 5,1; в) 450,6; г) 337,09. 760. а) 5,735; б) 9,2115; в) 139,6982; г) 1,0452. 761. а) 634,6204; б) 0; в) 170; г) 39,045. 767. 108 км. 768. На 13 м.
- § 44. 775. а) 2,45; б) 4,41; в) 4,41; г) 0,49. 776. а) 520,6; б) 361; в) 361; г) 750,76. 777. а) 86,4; б) 51,84; в) 86,4; г) 144. 778. а) 12,0736; б) 12,0736; в) 15,3664; г) 15,3664. 782. 96,64 м, 583,7056 м². 783. 6,224 м, 1,51102 м². 784. 588,57 р. 787. 2,185 м². 788. 120,6 м.
- § 45. 798. а) 1,06; б) 0,041; в) 0,15; г) 2,08. 799. а) 21,69; б) 35,14; в) 2,06; г) 41,26. 800. а) 0,0017; б) 0,00094; в) 0,0031; г) 0,00037. 801. а) 0,0058; б) 0,000027; в) 0,0059; г) 0,000057. 806. $\approx 4,762$ м/с; $\approx 5,747$ м/с; $\approx 4,040$ м/с; $\approx 4,850$ м/с; $\approx 4,831$ м/с. 810. а) 7,5; г) 0,36. 811. б) 1,02; в) 1,52. 812. а) 10,22; в) 1,052. 813. б) 52,15; г) 0,32. 814. $\approx 10,8^\circ$. 818. 2,3 м. 819. а) 2,65 км/ч; б) 20,95 км/ч. 821. 34,75 км/ч.
- § 46. 824. а) 7,5; б) 10 000; в) 25; г) 3,84. 825. а) 2; б) 312,5; в) 160; г) 3,08. 826. а) 25; б) 3125; в) 400; г) 360. 827. а) 5; б) 9; в) 4,7; г) 400. 828. а) 0,051; б) 34,18; в) 8,75; г) 9,4. 829. а) 0,42; б) 1,446; в) 4; г) 0,806. 830. а) 1,25; б) 7; в) 35; г) 2,5. 836. а) 3, 26, 20; г) 3,210, 3,878, 2,450. 841. 51. 842. 54. 849. а) 27,008; б) 32,768. 850. а) $4,5x + 2,49$; б) $24,1 - 5x$; в) $1,2y - 4,3$; г) $5,5x - 15$. 854. а) 3; б) 8; в) 6; г) 80. 855. 3341 р. 25 к. 856. 3,3 м. 858. 286,62 м². 859. 58,5 р. 861. 36; 2,25.
- § 47. 868. 50%. 869. 90%. 870. 75%.
- § 48. 876. 600. 877. 12. 878. 570 м. 879. 315 старинных, 30 иностранных, 75 юбилейных монет. 880. 80 000 р. 881. 60 старинных, 216 юбилейных и 72 иностранных марки. 882. 6300 р. 885. 116 га. 890. Стоимость материала — 171 990 р., доставки — 38 220 р. 891. 100 страниц, 240 страниц. 892. 4,9 кг; 20 кг. 893. $\approx 1,5$ кг; 1,3 кг.



§ 49. 898. а) 34,063; б) 238,97; в) 64,083; г) 111,25. 899. а) 93,51; б) 14,066; в) 159,43; г) 2,43648. 900. 50° , 30° , 100° . 902. 1,35 сотни. 905. а) 2612,62; в) 3455,65.

Глава V

§ 50. 912. 27 км. 913. а) 2,443; г) 12,25.

§ 51. 917. 133 га. 918. а) 0,125; в) 0,0000001. 919. а) 0,002; б) 0,1; в) 0,05; г) 0,2. 929. 45 мин. 930. $\approx 53,7$ км/ч, $\approx 77,3$ км/ч.

§ 52. 939. 0,5 м. 942. $0,0945 \text{ м}^3$. 943. 3 м. 945. 2 м. 946. Да. 947. 35,5 т. 948. 30 кг. 949. 24,96 кг. 950. 13 812,5 т. 952. 93,6 кг. 953. 3,5 ч. 954. 64,8 км/ч.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие для учителя	4
-------------------------------	---

Глава I. Натуральные числа

§ 1. Десятичная система счисления	5
§ 2. Числовые и буквенные выражения	12
§ 3. Язык геометрических рисунков	18
§ 4. Прямая. Отрезок. Луч	23
§ 5. Сравнение отрезков. Длина отрезка	29
§ 6. Ломаная	33
§ 7. Координатный луч	36
§ 8. Округление натуральных чисел	42
§ 9. Прикидка результата действия	47
§ 10. Вычисления с многозначными числами	52
§ 11. Прямоугольник	57
§ 12. Формулы	61
§ 13. Законы арифметических действий	64
§ 14. Уравнения	69
§ 15. Упрощение выражений	71
§ 16. Математический язык	75
§ 17. Математическая модель	79

Глава II. Обыкновенные дроби

§ 18. Деление с остатком	82
§ 19. Обыкновенные дроби	86
§ 20. Отыскание части от целого и целого по его части	93
§ 21. Основное свойство дроби	99
§ 22. Правильные и неправильные дроби. Смешанные числа	106
§ 23. Окружность и круг	113
§ 24. Сложение и вычитание обыкновенных дробей	118
§ 25. Сложение и вычитание смешанных чисел	126
§ 26. Умножение и деление обыкновенной дроби на натуральное число	128

Глава III. Геометрические фигуры

§ 27. Определение угла. Развернутый угол	135
§ 28. Сравнение углов наложением	140
§ 29. Измерение углов	142
§ 30. Биссектриса угла	146
§ 31. Треугольник	150
§ 32. Площадь треугольника	155
§ 33. Свойство углов треугольника	159



§ 34. Расстояние между двумя точками. Масштаб	164
§ 35. Расстояние от точки до прямой. Перпендикулярные прямые	167
§ 36. Серединный перпендикуляр	172
§ 37. Свойство биссектрисы угла	176

Глава IV. Десятичные дроби

§ 38. Понятие десятичной дроби. Чтение и запись десятичных дробей	179
§ 39. Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д.	185
§ 40. Перевод величин в другие единицы измерения	190
§ 41. Сравнение десятичных дробей	192
§ 42. Сложение и вычитание десятичных дробей	195
§ 43. Умножение десятичных дробей	202
§ 44. Степень числа	206
§ 45. Среднее арифметическое. Деление десятичной дроби на натуральное число	210
§ 46. Деление десятичной дроби на десятичную дробь	216
§ 47. Понятие процента	222
§ 48. Задачи на проценты	224
§ 49. Микрокалькулятор	228

Глава V. Геометрические тела

§ 50. Прямоугольный параллелепипед	233
§ 51. Развертка прямоугольного параллелепипеда	236
§ 52. Объем прямоугольного параллелепипеда	243

Глава VI. Введение в вероятность

§ 53. Достоверные, невозможные и случайные события	249
§ 54. Комбинаторные задачи	251
Домашние контрольные работы	258
Ответы	263

Учебное издание

**Зубарева Ирина Ивановна,
Мордкович Александр Григорьевич**

МАТЕМАТИКА

5 класс

УЧЕБНИК

для учащихся общеобразовательных учреждений

Генеральный директор издательства *М. И. Безвиконная*

Главный редактор *К. И. Куровский*

Редактор *Н. И. Никитина*

Художник *Е. Ю. Куклачева*

Оформление и художественное редактирование: *Т. С. Богданова*

Технический редактор *И. Л. Ткаченко*

Корректоры *Т. А. Юдичева, Л. С. Щербакова*

Компьютерная верстка: *А. М. Репкин, Е. Н. Подчаева*

Санитарно-эпидемиологическое заключение

№ 77.99.60.953.Д.003577.04.09 от 06.04.2009.

Формат 70×90 $\frac{1}{16}$. Бумага офсетная № 1.

Гарнитура «Школьная». Печать офсетная. Усл. печ. л. 19,89.

Доп. тираж 50 000 экз. Заказ №12205.

Издательство «Мнемозина». 105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.

Тел.: 8 (499) 367 5418, 367 5627; 367 6781; факс: 8 (499) 165 9218.

E-mail: ioc@mnemozina.ru

www.mnemozina.ru

Магазин «Мнемозина»

(розничная и мелкооптовая продажа книг, «КНИГА — ПОЧТОЙ»).

105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.

Тел./факс: 8 (495) 783 8284; тел.: 8 (495) 783 8285.

E-mail: magazin@mnemozina.ru

Торговый дом «Мнемозина» (оптовая продажа книг).

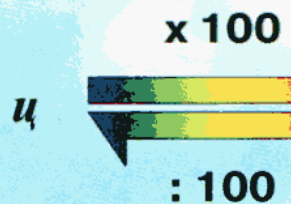
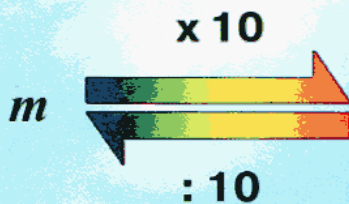
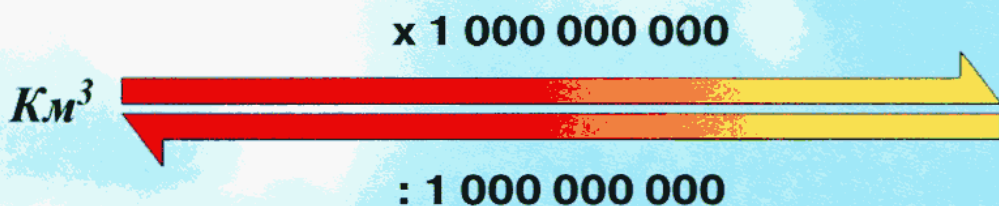
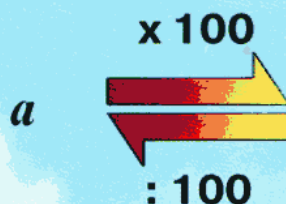
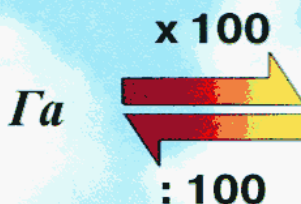
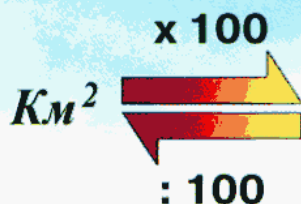
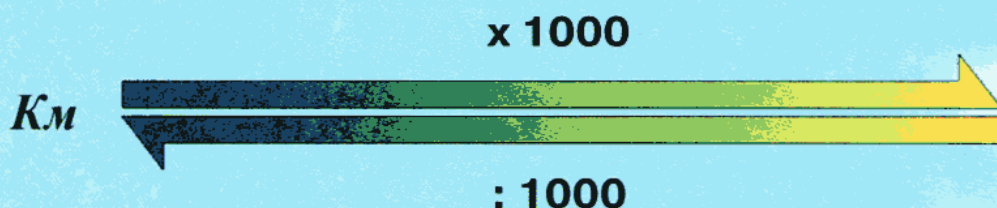
Тел./факс: 8 (495) 665 6031 (многоканальный).

E-mail: td@mnemozina.ru

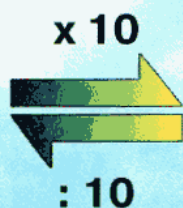
Отпечатано в ОАО «Московские учебники и Картолитография».

125252, Москва, ул. Зорге, 15.

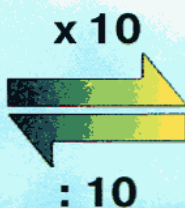
ТАБЛИЦА ПЕРЕВОДА ВЕЛИЧИН



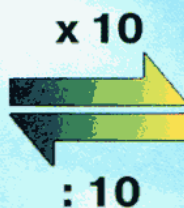
ДРУГИЕ ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ



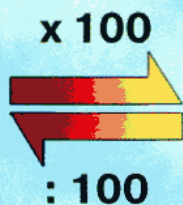
Дм



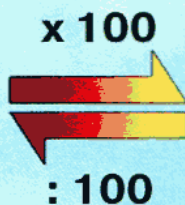
См



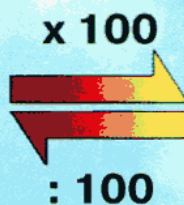
Мм



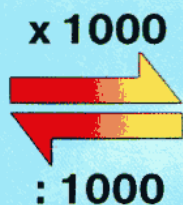
Дм²



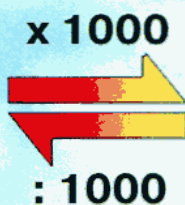
См²



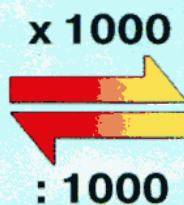
Мм²



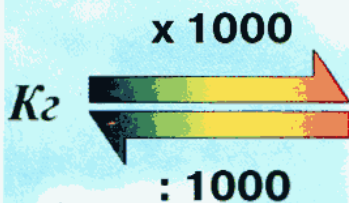
Дм³



См³

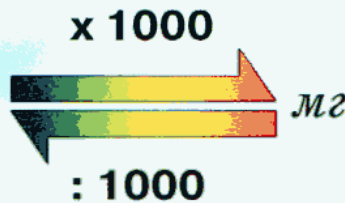


Мм³



Кг

г



Мг

ЛАТИНСКИЙ АЛФАВИТ

ПЕЧАТНЫЕ БУКВЫ		НАЗВАНИЕ БУКВ	РУКОПИСНЫЕ БУКВЫ	
ПРОПИСНЫЕ	СТРОЧНЫЕ		ПРОПИСНЫЕ	СТРОЧНЫЕ
A	a	А	А	a
B	b	БЭ	В	b
C	c	ЦЭ	С	c
D	d	ДЭ	Д	d
E	e	Е	Е	e
F	f	ЭФ	Ф	f
G	g	ГЭ(ЖЭ)	Г	g
H	h	ХА(АШ)	Н	h
I	i	И	І	i
J	j	ЙОТ(ЖИ)	Ј	j
K	k	КА	К	k
L	l	ЭЛЬ	Л	l
M	m	ЭМ	М	m
N	n	ЭН	Н	n
O	o	О	О	o
P	p	ПЭ	Р	p
Q	q	КУ	Q	q
R	r	ЭР	℞	r
S	s	ЭС	S	s
T	t	ТЭ	Т	t
U	u	У	U	u
V	v	ВЭ	℥	v
W	w	ДУБЛЬ-ВЭ	W	w
X	x	ИКС	X	x
Y	y	ИГРЕК	Υ	y
Z	z	ЗЕТ	Z	z

